Revista Gestão & Tecnologia
e-ISSN: 2177-6652
revistagt@fpl.edu.br
http://revistagt.fpl.edu.br/

O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS: UM ESTUDO DE CASO PARA O ATENDIMENTO DE SERVIÇOS EM CONCESSIONÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

THE VEHICLE ROUTING PROBLEM: A CASE STUDY FOR SERVICE PROVISION IN ELECTRIC POWER DISTRIBUTION UTILITIES

EL PROBLEMA DEL RUTEO DE VEHÍCULOS: UN ESTUDIO DE CASO PARA LA ATENCIÓN DEL SERVICIO EN CONCESIONARIAS DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Bianca Fortes Schardong
Professora no Departamento de Administração da Universidade Federal da Fronteira Sul
bifortes22@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-0504-7935

Iochane Garcia Guimarães
Docente no Instituto Federal Farroupilha, RGS
iochaneguimaraes@gmail.com

Vinicius Jacques Garcia
Professor associado da Universidade Federal de Santa Maria
viniciusjg@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-2723-044X

Editor Científico: José Edson Lara
Organização Comitê Científico
Double Blind Review pelo SEER/OJS
Recebido em 30.03.2022
Aprovado em 26.06.2022

RESUMO

Objetivo: Realizar uma contextualização do problema de roteamento de veículos baseado na literatura existente, bem como propor um modelo matemático aplicado ao atendimento de serviços em concessionárias de distribuição de energia elétrica.

Metodologia: Realizou-se uma pesquisa bibliográfica e o desenvolvimento de um estudo de caso. Aplicou-se técnicas de modelagem matemática do problema de otimização relacionado: o Problema de Roteamento de Veículos (PRV).

Originalidade/Relevância: Apesar dos avanços, até o momento não se chegou a um consenso sobre como definir o PRV. Este trabalho demonstra a relevância de inclusão dos tempos de chegada para este estudo, permitindo um tratamento mais eficiente quando aplicado a um cenário real. Oportuniza-se contribuições aos resultados científicos associados ao PRV, com ênfase para aqueles oriundos da sua aplicação em ordens de serviço.

Principais resultados: Com a comparação de dois modelos, chegou-se ao traçado da rota ótima por veículo, que minimiza a soma dos tempos de chegada para execução do serviço. O modelo apresentado produz achados pertinentes e adequados para os conceitos previstos no modelo desenvolvido.

Contribuições teóricas/metodológicas: Evidenciou-se a diferença entre considerar a função objetivo que minimiza a soma dos tempos de chegada em comparação com aquela que minimiza os deslocamentos. A abordagem com os tempos de serviço, resulta em um valor mais aproximado do tempo real que o problema poderá ter.

Contribuições para a gestão: Tratou-se da gestão de serviços buscando maior eficiência com a minimização do tempo de atendimento das concessionárias, possibilitando discutir alternativas que ofereçam suporte para a tomada de decisão dos gestores.

Palavras-chave: Roteamento de veículos; Modelo matemático; Atendimento de serviços.

ABSTRACT

Objective: To contextualize the vehicle routing problem based on the existing literature, as well as to propose a mathematical model applied to the service provision in electric power distribution utilities.

Methodology: A bibliographic research was carried out and a case study was developed. Mathematical modeling techniques were applied to the related optimization problem: the Vehicle Routing Problem (VRP).

Originality/Relevance: Despite advances, no consensus has yet been reached on how to define the VRP. This work demonstrates the relevance of including arrival times for this study, allowing a more efficient treatment when applied to a real scenario. Contributions were made to the scientific results associated with the VPR, with emphasis on those arising from its application in work orders.

Main results: With the comparison of two models, the optimal route per vehicle was reached, which minimizes the sum of arrival times to perform the service. The model presented produces relevant and adequate findings for the concepta foreseen in the model developed.

Theoretical/methodological contributions: The difference between considering the objective function that minimizes the sum of arrival times in comparison with the one that minimizes displacements was evidencies. The approach with service times, results in a value closer to the real time that the problem may have.

Managerial contributions: The management of services was approaches seeking greater efficiency with the minimization of the service time of the concessionaires, making it possible to discuss alternatives that offer support for the decision-making of the managers.

Keywords: Vehicle routing; Mathematical model; Service assistance.

RESUMEN
Objetivo: Contextualizar el problema de ruteo de vehículos con base en la literatura existente, así como proponer un modelo matemático aplicado al servicio de las concesionarias de energía eléctrica.
Metodología: Se realizó una investigación bibliográfica y se desarrolló un estudio de caso. Se aplicaron técnicas de modelado matemático al problema de optimización relacionado: el Problema de Ruteo de Vehículos (PRV).
Originalidad/Relevancia: A pesar de los avances, hasta el momento no se ha llegado a un consenso sobre cómo definir la PRV. Este trabajo demuestra la relevancia de incluir tiempos de llegada, permitiendo un tratamiento más eficiente cuando se aplica a un escenario real. Se realizaron aportes a los resultados científicos de la PRV, con énfasis en los derivados de su aplicación en órdenes de trabajo.
Resultados principales: Con la comparación de dos modelos se llegó a la ruta óptima por vehículo, que minimiza la suma de tiempos de llegada para realizar el servicio. El modelo desarrollado produce hallazgos relevantes y adecuados para los conceptos previstos.
Contribuciones teóricas/metodológicas: Se evidenció la diferencia entre considerar la función objetivo que minimiza la suma de los tiempos de llegada en comparación con la que minimiza los desplazamientos. El enfoque con tiempos de servicio, da como resultado un valor más cercano al tiempo real que pueda tener el problema.
Contribuciones gerenciales: La gestión de los servicios fue abordada buscando mayor eficiencia con la minimización del tiempo de servicio de los concesionarios, posibilitando discutir alternativas que ofrezcan apoyo para la toma de decisiones de los gestores.

Palabras clave: Ruteo de vehículos; Modelo matemático; Atención de servicio.

1 INTRODUÇÃO

Durante as últimas décadas, faz-se notório que os avanços na utilização de técnicas de computação têm impulsionado o desenvolvimento de algoritmos, que por sua vez, subsidiaram a evolução da abordagem do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) (Larsen, Madsen, & Solomon, 2002; Eksioglu, Arif & Reisman, 2009; Ulmer, Soeffker & Mattfeld, 2018). A necessidade de melhorar o roteamento de veículos foi estimulada por grandes desenvolvimentos na teoria e gestão da cadeia de suprimentos (Eksioglu et al., 2009).

Essa técnica geralmente é utilizada para modelar o roteamento de problemas em muitas áreas, como de produção, distribuição, transporte, entre outros. O intuito de encontrar uma solução ideal para esses problemas dentro de um prazo aceitável, se torna crucial. De modo mais específico, a solução do PRV é um conjunto de rotas para cada veículo, que por um lado, garante a entrega e, por outro, é ideal devido à função objetivo selecionada com um determinado conjunto de restrições. Esses problemas encontram muitas aplicações na prática, mas na maioria das vezes estão relacionados a empresas de entrega e transporte (Sitek, Wikarek, Rutczynska-Wdowiak, Bocewicz & Banaszak, 2020).

A partir disso, surgiram muitos trabalhos que procuraram explicar e propor soluções para o PRV. Garey e Johnson (1979) apresentaram o primeiro estudo que abordou esse tema. Embora existam diferentes abordagens e definições sobre o PRV, até o momento não se chegou a um consenso sobre a forma de defini-lo (Eksioglu et al., 2009).

Nesse sentido, este trabalho busca desenvolver teoricamente e por meio da simulação de um caso hipotético, o estudo do alcance da eficiência na execução de serviços em concessionárias de distribuição de energia elétrica. A partir do uso de técnicas de modelagem matemática do problema de otimização relacionado: o Problema de Roteamento de Veículos (PRV).

Nesse contexto, ao se considerar o problema de despacho de ordens de serviço das concessionárias de energia elétrica, é notória a relevância da busca pelo equilíbrio entre o atendimento dos parâmetros de regulação do setor ao menor custo possível (Fortes, 2015; Schmitz, Bernardon, Schmitz, Garcia, Milbradt & Silva, 2016). O que pode ser alcançado, por meio da busca em aprimorar processos e empregar tecnologias que possibilitem a melhor aplicação dos recursos disponíveis, incluindo a análise de alternativas e características do problema de ordens de despacho (Schmitz et al., 2016; Zhezhelenko, 2018; Stamm, Missaggia, Santos, Silveira, Rodrigues, & Molinar, 2019). Não só questões econômicas devem ser consideradas, como também a eficiência das equipes de atendimento do serviço com o intuito de manter os níveis de qualidade almejados (Fortes, 2015; Zhezhelenko, 2018; Stamm et al., 2019).

A ANEEL define indicadores para o acompanhamento e controle do desempenho das distribuidoras, em relação à qualidade dos serviços prestados e da energia fornecida (Agência Nacional de Energia Elétrica [ANEEL], 2015). Perante esse cenário, demanda-se ferramentas cada vez mais eficientes de apoio à tomada de decisão dos gestores das concessionárias, a fim de cumprir as exigências do setor e, ao mesmo tempo, ter uma boa performance.

E é precisamente nesse contexto de despacho de ordens de serviço com a aplicação do PRV, que reside o escopo deste trabalho. Isso porque relaciona a gestão de serviços comerciais buscando maior eficiência, com a minimização do tempo de atendimento das concessionárias de energia elétrica.

Diante o exposto, neste estudo, visa-se apresentar uma simulação do processo interno empregado pelos gerentes da concessionária para designar as equipes. Baseado em literaturas anteriores, buscou-se definir o problema da gestão dos atendimentos a partir da consideração do problema de roteamento de veículos, com o escopo de minimizar os tempos de deslocamento entre os atendimentos. Desse modo, o modelo matemático adequado deste trabalho possui seus parâmetros diretamente relacionados aos tempos de atendimento e aos tempos das rotas.

Para tanto, o objetivo do presente estudo consiste em realizar uma contextualização do PRV baseado na literatura existente, bem como propor um modelo matemático aplicado ao atendimento de serviços em concessionárias de distribuição de energia elétrica.

Este trabalho desdobra-se em três partes principais: de início é realizado um apanhado dos principais conceitos e estudos que embasaram os desenvolvimentos do PRV, em seguida é apresentada a definição do problema juntamente com o modelo matemático, onde é realizada uma discussão sobre sua aplicação no atendimento de serviços das concessionárias. O último tópico é concluído com a discussão da relevância e da aplicação do estudo do PRV, a partir das alterações propostas nas variáveis de decisão do modelo original.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Problemas de roteamento de veículos (PRV) tem sido objeto de intenso estudo por mais de 50 anos, modelando problemas de difícil otimização combinatória, sendo assim é de representativa importância em muitos campos de aplicação, incluindo transporte, logística, comunicações, fabricação, militares e sistemas de relevo e assim por diante.

A ampla gama de aplicações reais onde se encontram problemas de roteamento leva à definição de muitas variantes do PRV com características adicionais e restrições com o objetivo de capturar um maior nível de detalhe dos aspectos práticos do contexto de aplicação deste problema. Tais aspectos estão relacionados aos veículos e aos clientes, sendo para as primeiras regras de operação, tamanho, restrições de distância total percorrida, tempo e turno de trabalho, entre outros. Para os clientes, os aspectos geralmente considerados se referem à demanda específica, generalizada sem qualquer vinculação específica ao produto ou serviço, ou ao tempo requerido da equipe que está associada ao veículo, além de janelas de tempo de atendimento (Vidal, Crainic, Gendreau & Prins, 2013).

A eficiência de custos no transporte de mercadorias de uma empresa ou fornecedor logístico de terceiros para seus clientes, é orientada por encontrar um caminho válido ao longo de todos os clientes que minimize a distância total (Fontaine, Taube & Minner, 2020). Se todos os clientes puderem ser alcançados com um veículo, existe um problema de vendedor ambulante (TSP) e se, devido a restrições de capacidade, São necessários 5 veículos múltiplos, surge um Problema de Roteamento de Veículos (PRV) (Fontaine et al., 2020).

O PRV deriva da generalização de outros problemas de otimização que o antecederam. Em função disso, para melhor compreensão da estrutura desse problema, primeiramente se faz necessário um embasamento teórico relativo aos seus problemas de otimização precursores. A estrutura da revisão bibliográfica do presente estudo é demonstrada na Figura 1, a seguir:

Figura 1. Estrutura da Revisão Bibliográfica
Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

2.1 Problema de Transporte

De acordo com Goldbarg e Luna (2005) o Problema de Transporte ocorre em uma rede de fluxos conservativos, a partir da definição de dois conjuntos de elementos: nós fonte (f) e nós sumidouros (s). A partir da definição de que cada nó fonte pode estar ligado a todos os nós sumidouros, a decisão consiste em escolher as ligações entre fontes e sumidouros de modo que a demanda seja atendida e o menor custo relacionado com as ligações escolhidas. A descrição gráfica do problema de transporte é representada na Figura 2:

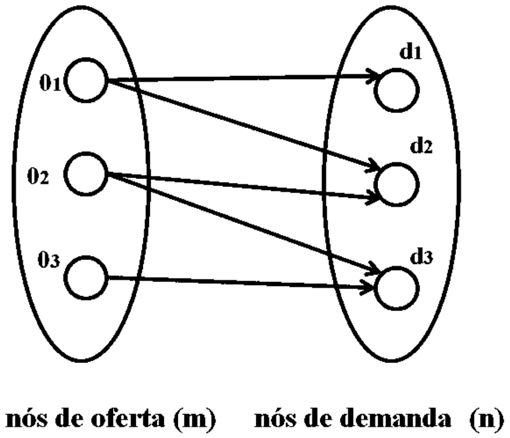

Figura 2. Descrição gráfica do Problema Transporte
Fonte: Adaptado de Goldbarg e Luna (2005).

Ainda conforme Goldbarg e Luna (2005), um caso semelhante ao Problema de Transporte é o problema de Transbordo, que prevê a ligação dos nós fonte com os nós sumidouros por meio de nós intermediários. A Figura 3 descreve o problema de fazer o fluxo dos pontos de oferta (ponto *o*) chegarem aos pontos de demanda (pontos *d*), passando por pontos intermediários de transbordo, ou pontos de armazenagem.

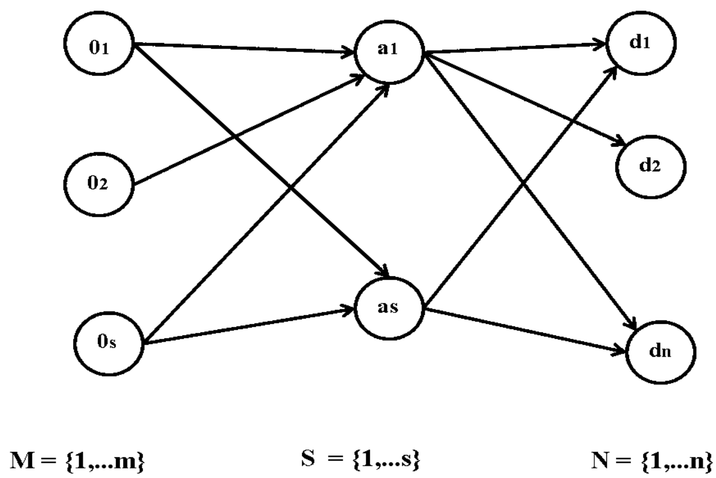

Figura 3. Descrição gráfica Problema Transbordo
Fonte: Adaptado de Goldbarg e Luna (2005).

2.2 Problema do Caixeiro Viajante

Os problemas de transbordo são enquadrados como de otimização em redes ou fluxo em redes. Já o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) consiste em encontrar um caminho, em um grafo G= (N, A) qualquer, que inicie e termine em um dado vértice, passando por todos os demais exatamente uma única vez (Goldbarg & Luna, 2005). Chama-se este percurso de caminho hamiltoniano e a solução ótima equivale ao caminho hamiltoniano de menor custo.

Tal propósito representa um problema altamente combinatório pertencente à classe de problemas NP-Difícil (Garey & Johnson, 1979), para os quais não há algoritmos em tempo polinomial para encontrar soluções ótimas. Pataki (2003) apresenta o PCV e as restrições a partir da formulação a seguir.

Definição das variáveis:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \; se \; arco(i,j) está \; na \; rota \\ 0 \;\; caso \; contrário \end{cases}$$

$$min \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i} x_{ij} = 1 \,, \forall_j \tag{1.1}$$

$$\sum_{j} x_{ij} = 1 \; \forall_i \tag{1.2}$$

$$0 \le x_{ij} \le 1 \tag{1.3}$$

As restrições das equações (1.1) e (1.2) são chamadas de restrições de atribuição. O PCV pode conter vários ciclos dirigidos, chamados caminhos pré-hamiltonianos ou *subtours*. A equação 1.4 apresenta uma opção de restrição que elimina esses *subtours.*

$$\sum_{i \epsilon S, j \epsilon S} x_{ij} \le |S| - 1 \; (S \subseteq V, |S| > 1) \tag{1.4}$$

Outra maneira de excluir *subtours* é acrescentando variáveis extras u_i *(i = 1, . . ., n*), pois elas representam uma tentativa de evitar um conjunto de restrições com cardinalidade dada a partir de uma função combinatória. Essas restrições são descritas conforme a Equação (1.5) a seguir (Pataki, 2003).

$$\begin{gathered} u_1 = 1, \\ 2 \le u_i \le n, \quad \forall_i \ne 1, \\ u_i - u_j + 1 \le (n-1)(1 - x_{ij}), \forall i \ne 1, \forall j \ne 1 \end{gathered} \tag{1.5}$$

2.3 Problema do Caixeiro Viajante Múltiplo

Uma variante do PCV é o Problema do Caixeiro Viajante Múltiplo (PCVM), que de acordo com Goldbarg e Luna (2005) essa variante consiste em obter *rtours* (rotas), todos iniciando e terminando em um certo vértice (*xo*, por exemplo) em G, normalmente associados a *r* caixeiros, cuja soma total é mínima.

Além de representar uma generalização do Problema do Caixeiro Viajante, Laporte (1992) descreve o Problema de Roteamento de Veículos como o problema de projetar a entrega ideal, ou definir as rotas de coleta de um ou vários depósitos para um número de cidades ou clientes geograficamente dispersos, sujeito a um conjunto de restrições. O PRV desempenha um papel central na área da distribuição física e logística.

2.4 Problema de Roteamento de Veículos

Ainda segundo Eksioglu et al. (2009) o PRV consiste em encontrar um conjunto de k circuitos simples, cada um corresponde a um trajeto de veículos com um custo mínimo, sendo este custo definido como a soma dos custos de arcos dos circuitos tais que:

i. Cada rota começa e termina no depósito;

ii. Toda cidade, com exceção do depósito, é visitada somente uma vez e ainda por somente um veículo;

iii. A demanda total de qualquer rota não deve superar a capacidade Q de um veículo.

Uma das formulações mais usadas de PRV consiste na sugerida por Fisher e Jaikumar (1981) conforme a Equação 2 a seguir:

$$Minimizar \quad z = \sum_{i,j} (c_{ij} \sum_{k} x_{ijk}) \tag{2}$$

Sujeito a:

$$\sum_{k} y_{ik} = 1, \;\; i = 2, \dots, n \tag{2.1}$$

$$\sum_{k} y_{ik} = m, \qquad i = 1 \tag{2.2}$$

$$\sum_{i} q_i y_{ik} \leq Q_k, \quad k = 1, \dots, m \tag{2.3}$$

$$\sum_{j} x_{ijk} = y_{ik}, \;\; i = 1, \dots, n; \; k = 1, \dots, m \tag{2.4}$$

$$\sum_{i} x_{ijk} = y_{jk}, \;\; j = 1, \dots, n; \;\; k = 1, \dots, m \tag{2.5}$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \; S \subseteq \{2, \dots, n\}; \; k = 1, \dots, m \tag{2.6}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, n; \; k = 1, \dots, m \tag{2.7}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, i,j = 1, \dots, n;\; k = 1, \dots, m \quad (2.8)$$

Onde:

x_{ijk} = variável binária que assume valor de 1 quando o veículo k visita o cliente j imediatamente após o cliente i, 0 em caso contrário;

y_{ik}= variável binária que assume o valor de 1 se o cliente i é visitado pelo veículo k, 0 em caso contrário;

q_i = é a demanda do cliente i;

Q_k = é a capacidade do veículo k;

c_{ij}= é o custo de percorrer o trecho que vai do cliente i ao j.

A função objetivo (equação 2) minimiza o custo total de todos os deslocamentos realizados. As restrições da Equação 2.1 assegurarão que um veículo não visite mais uma vez um cliente. As restrições da Equação 2.2 garantem que o depósito receba uma visita de todos os veículos. As restrições da Equação 2.3 obrigam que as capacidades dos veículos não sejam ultrapassadas. As restrições da Equação 2.4 e Equação 2.5 garantem que os nós escolhidos para a visita tenham apenas um arco de chegada e um de saída. As restrições da Equação 2.6 constituem as tradicionais restrições de eliminação de *subtours* ou sub-rotas.

Vidal et al. (2013) apresentam em seu estudo do Problema de Roteamento e Capacidade de Veículo a formulação proposta por Fisher e Jaikumar (1981) para o PRV. Onde incluíram o PCV como um caso especial quando m = 1 e Q = + ∞ e assim sendo NP-difícil. Também citaram uma restrição adicional sobre o comprimento máximo de cada rota, que frequentemente é encontrada na literatura. Uma duração de serviço está associada a cada cliente, a soma dos tempos de τi serviço do cliente e o tempo de viagem da rota, limitando-se, então para T, tem-se a Equação 3.

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} (c_{ij} + \tau_i)\, x_{ijk} \leq T, \qquad k = 1, \dots, m \quad (3)$$

Tradicionalmente, esses problemas são determinísticos, o que significa que todos os clientes precisam ser atendidos, e eles têm uma demanda predeterminada. Em algumas configurações, variações estocásticas dos problemas são mais realistas: Nem todo cliente precisa ser atendido todos os dias, e demandas normalmente variam ao longo do tempo (Fernstrom & Steiner, 2020).

3 METODOLOGIA

3.1 Definição do Problema

As concessionárias de distribuição de energia elétrica são as responsáveis por receber a energia em alta tensão do sistema interligado de transmissão, reduzi-la a níveis comerciais e levá-la até ao consumidor final (Companhia Paulista de Força e Luz [CPFL], 2022). Tendo essas empresas, por sua vez, o desafio de manter o fornecimento de energia elétrica e prover os serviços de manutenção e expansão da rede.

Essas empresas estão sujeitas às regulamentações do órgão regulador do setor, a ANEEL, que determina prazos de atendimento às inúmeras solicitações dos consumidores. Esses atendimentos levam as concessionárias a contratarem equipes de atendimento. Para que sejam cumpridos os prazos estabelecidos, é necessário dimensionar a força de trabalho (equipes) da forma mais eficiente possível, no sentido de promover redução de cursos, mas sobretudo para observar as metas e, assim, evitar penalizações.

Nesse contexto, este estudo apresenta os seguintes atributos como aqueles fundamentais a serem considerados na realização dos serviços pelas equipes de atendimento: (i) a localização do serviço, isto é, onde está a demanda de pedido do cliente; (ii) a prioridade (tipo de serviço, grau de importância); e o (iii) tempo de execução do mesmo. Ao mesmo tempo, assume-se que a gestão dos serviços, na forma da designação às equipes, envolve a observância do tempo de deslocamento, dado que a jornada de trabalho é composta de um conjunto de tempos de deslocamento e de um conjunto de tempos de execução dos serviços, sendo estes últimos assumidos como constantes. Na Figura 4 apresenta-se um fluxograma, representando o processo dos pedidos recebidos e o despacho destes para as equipes de atendimento.

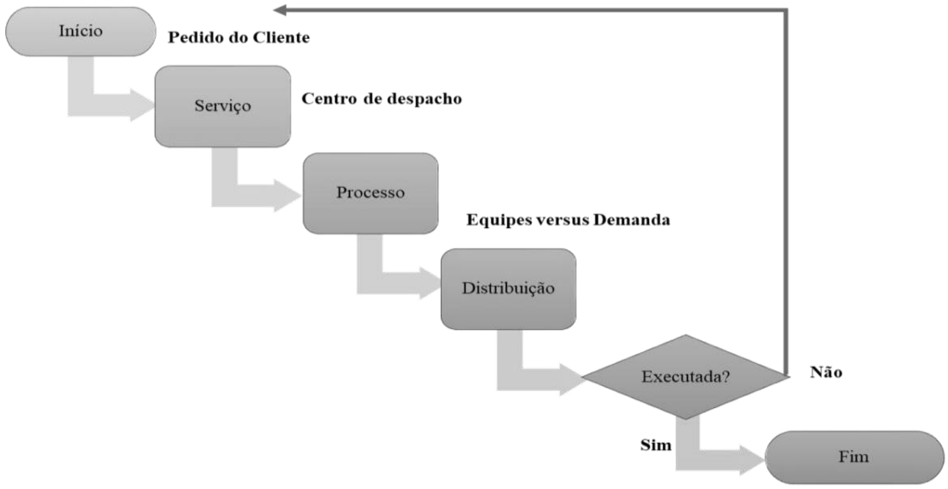

Figura 4. Processo de atendimentos das ordens de serviços em uma concessionária
Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

A fim de elucidar com mais detalhamento esse cenário de despachos de serviços, será utilizada como exemplo a descrição apresentada no estudo de Weintraub, Aboud, Fernandez, Laporte e Ramirez (1999). Nesse estudo, os autores descrevem um modelo automatizado dessa gestão de ordens de despachos. No referido modelo, busca-se a tentativa de imitar o processo interno utilizado pelos profissionais da concessionária para designar as equipes, considerando-se fatores tais como menor distância e as prioridades no atendimento das ocorrências.

No presente estudo, assim como em Weintraub et al. (1999), busca-se definir o problema da gestão dos atendimentos a partir da consideração do problema de roteamento de veículos, com o objetivo de minimizar os tempos de deslocamento entre os atendimentos. Desse modo, o modelo matemático adequado ao presente estudo possui seus parâmetros diretamente relacionados aos tempos de atendimento e aos tempos das rotas.

Portanto, é necessária uma sequência de alterações na representação e significado das variáveis contidas no modelo matemático definido na seção 2, agora dando enfoque ao principal aspecto atrelado à definição das variáveis consideradas: o tempo. Em primeiro momento, a função objetivo no modelo matemático é alterada, em que o somatório anterior representava o custo de deslocamento em distância, isto é, a soma dos custos de arcos dos circuitos percorridos (c_{ij}).

Agora, a função objetivo passa a ser o somatório total dos tempos de deslocamento de cada arco pertencente ao circuito mais os tempos de execução dos serviços em cada nó. Com isso, refere-se a um conceito chamado de tempo de chegada no nó, definido como t. Mais especificamente, evidencia-se que a variável t_j é definida como o tempo de chegada no nó anterior a *j* na sequência de atendimento, acrescido do tempo de serviço do nó anterior e também do tempo de deslocamento do nó anterior até o nó *j*. Chama-se o nó anterior de *i* e identifica-se o tempo de deslocamento entre eles como c_{ij}. O tempo de chegada no nó anterior é definido como t_i e tempo de serviço no nó *i* é chamado de ts_i. Dessa forma, calcula-se o tempo t_j como $t_j = t_i + ts_i + c_{ij}$.

Em seguida, é preciso considerar esse tempo de chegada em cada nó a partir da relação inerente com a definição das rotas, sendo essa definição atrelada ao conceito das variáveis x_{ijk}. Dessa forma, será incluída uma restrição adicional no modelo que considera o tempo de chegada acoplado ao x_{ijk}. A variável x_{ijk} representa a visita (1) ou não (0) do nó *j*, após o nó i pelo veículo k. Essa variável é que deve "acionar" ou não o tempo de chegada no nó *j* caso exista a ligação *i-j*, do contrário o limite mínimo de t_j deve ser muito baixo a ponto de permitir $t_j = 0$.

Um fator *M* multiplica a parcela $(1 - x_{ijk})$ de modo que ela torne o lado direito da inequação a seguir bem menor que zero sempre que $x_{ijk} = 0$, da seguinte forma: $t_j \geq t_i + ts_i + c_{ij} - (1 - x_{ijk}).M$. Com isso, o tempo em *j* deve ser maior que o tempo do nó anterior *i* caso exista a ligação *i-j* ($x_{ijk} = 1$), acrescido o tempo de serviço do nó anterior (ts_i) e o tempo de deslocamento de *i* para *j* (c_{ij}). A seguir são listados na Tabela 1 os parâmetros e as variáveis do modelo.

Tabela 1
Descrição dos dados e variáveis do modelo proposto

Conjunto			**Descrição**
	V_s	:	Conjunto dos nós de saída (depósitos);
	V_c	:	Conjunto dos nós que correspondem aos clientes;
	V_t	:	Conjunto dos nós terminais de cada rota, criados apenas para estimar o tempo total de cada rota;
	V	:	$V = V_s \cup V_c \cup V_t$;
	E	:	Conjunto dos veículos.
Parâmetro			**Descrição**
	m	:	Número total de veículos disponíveis (neste caso são 2, k_1 ek_2);
	n	:	Total de nós (clientes);
	T	:	Tempo máximo para cada rota;
	M	:	um número grande, tipicamente 10.T;
	c_{ij}	:	Tempo de percurso da rota de i ao j;
	ts_i	:	Tempo de serviço realizado em cada nó i.
Variável		:	**Tipo / Descrição**
	u_i	:	Variável que define a ordem do nó i estará na rota;
	t_i	:	Tempo de chegada do nó i;
	x_{ijk}	:	Assume o valor 1 quando o veículo k visita o nó j após o nó i, e 0 caso contrário.
	y_{ik}	:	Assume o valor 1 quando o nó i pertence à rota do veículo k, e 0 caso contrário.

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

A função objetivo conforme a Equação 4, minimiza a soma dos tempos de chegada, com o intuito de aumentar a produtividade das equipes e postergar serviços com tempos maiores. A Equação 4.1 garante que todos os nós estarão vinculados a somente um veículo, enquanto a Equação 4.2 define que o nó inicial (depósito) deve estar em todas as rotas. As restrições da Equação 4.3 e Equação 4.4 obrigam que exista apenas uma ligação de chegada e uma ligação de saída de cada nó, sabendo que as restrições da Equação 4.5 não permitem que exista uma conexão envolvendo o mesmo nó como origem e destino.

$$Minimizar \sum_{i \in V} t_i \tag{4}$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in E} y_{ik} = 1 \quad \forall\, i \in V_c \, U \, V_t \tag{4.1}$$

$$\sum_{k \in E} y_{1k} = m \tag{4.2}$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} x_{ijk} = y_{ik}, \forall\, i \in V, \forall\, k \in B \tag{4.3}$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} x_{jik} = y_{ik}, \forall\, i \in V, \forall\, k \in B \tag{4.4}$$

$$x_{iik} = 0, \forall\, i \in V, \forall\, k \in B \tag{4.5}$$

$$\sum_{i \in V_t} y_{ik} = 1, \forall\, k \in B \tag{4.6}$$

$$\sum_{j \in V_c \cup V_t} x_{ijk} = 0, \forall\, i \in V_t, \forall\, k \in B \tag{4.7}$$

$$u_i = 1, \forall\, i \in V_s \tag{4.8}$$

$$2 \leq u_i \leq |V_c \cup V_t|, \quad \forall\, i \in V_c \cup V_t \tag{4.9}$$

$$u_i - u_j + 1 \leq (|V_c \cup V_t| - 1)(1 - x_{ijk}), \forall\, i,j \in V_c \cup V_t \tag{4.10}$$

$$t_i = 0, \forall\, i \in V_s \tag{4.11}$$

$$t_j \geq\ t_i + ts_i + c_{ij} - (1 - x_{ijk}).M, \forall\, i,j \in V_c \cup V_t, \forall\, k \in B \tag{4.12}$$

$$t_i \leq T, \forall\, i \in V_t \tag{4.13}$$

$$x_{ijk}, y_{ijk} \in \{0,1\} \forall\, i,j \in V, \forall\, k \in B \tag{4.14}$$

$$u_i, t_i \geq 0, \forall\, i \in V \tag{4.15}$$

As restrições da Equação 4.7 não permitem que os nós terminais estejam em outra posição que não seja a última em cada rota. A eliminação de *subtours* é garantida pelas restrições da Equações 4.8 à Equação 4.10, conforme já mencionado na seção 2.

Finalmente nas restrições da Equação 4.11 e Equação 4.12 há a definição do tempo de chegada em cada nó, com o devido acoplamento com as variáveis x_{ijk}, sendo que os tempos de chegada nos nós terminais correspondem aos tempos de rota e são os limites máximos que não podem extrapolar T, conforme as restrições da Equação 4.13. O domínio das variáveis x_{ijk}, y_{ik}, u_i e t_i é definido segundo as restrições da Equação 4.14 e da Equação 4.15.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 Estudo de Caso

A fim de elucidar as características e a funcionalidade do modelo proposto na seção 3, foi definida uma instância em particular que representa o PRV considerado e as particularidades previstas, para a apresentação de um caso hipotético. Definido o modelo de estudo e as variáveis envolvidas, partiu-se para a resolução do PRV do modelo estudado. Foram considerados um número de sete clientes, e atribuídos tempos de deslocamento c_{ij} e tempos de serviço t_{si} para cada cliente. A Tabela 2 apresenta os dados do problema de atendimento do serviço.

Tabela 2
Descrição da instância considerada

Número do Nó	Coord. X	Coord. Y	Tempo de serviço (minutos)
0	0	18	0
1	6	32	10
2	0	0	30
3	20	28	12
4	20	3	6
5	10	26	55
6	14	40	6

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

A partir das coordenadas de cada nó foi obtida a matriz que representa as distâncias em minutos para quaisquer dois nós, conforme ilustra a Tabela 3 a seguir.

Tabela 3
Matriz de distâncias (minutos).

Distância ij				Nº do nó			
cij	0	1	2	3	4	5	6
0	0	15	18	22	25	13	26
1	15	0	33	15	32	7	11
2	18	33	0	34	20	28	42
3	22	15	34	0	25	10	13
4	25	32	20	25	0	25	37
5	13	7	28	10	25	0	15
6	26	11	42	13	37	15	0

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Considerando que se tem a instância no devido formato, o modelo apresentado na seção 3 anterior foi desenvolvido em notação algébrica com o uso do *software* ZIMPL (2022), sendo que a resolução exata deste modelo foi alcançada com o auxílio da ferramenta SCIP (2022).

A elaboração dos resultados que seguem teve como objetivo mostrar que o modelo apresentado produz resultados pertinentes e adequados para os conceitos previstos no modelo matemático desenvolvido, ainda que se tenha a impossibilidade de aplicar este mesmo modelo e resolvê-lo na otimalidade para instâncias com dezenas ou centenas de nós. Outro objetivo foi evidenciar a diferença entre considerar a função objetivo que minimiza a soma dos tempos de chegada em comparação com a função objetivo que minimiza os deslocamentos. Nesse caso, os tempos de deslocamento indicam a distância percorrida entre cada nó c_{ij}. Já os tempos de chegada consistem na soma do tempo de chegada do nó anterior com a soma do deslocamento até o nó atual (t_j) mais o tempo de serviço (ts_i). Por fim, o tempo de rota por veículo é quanto tempo cada um dos veículos leva para percorrer toda a rota, considerando o momento de sua saída da origem até o último nó da rota.

Primeiramente realizou-se a resolução deste modelo apresentado na seção 2, considerando a função objetivo de minimizar o deslocamento (Equação 2) e mantendo o limite de tempo de cada rota em 120 minutos. Calculou-se nessa primeira etapa apenas o tempo de deslocamento entre os nós, sem considerar os tempos de serviço de cada nó (tempo de chegada). Observou que para minimizar somente o tempo de deslocamento total de rotas, não considerando os tempos de chegada, os veículos iniciam a rota se deslocando da origem para aqueles nós de menor distância entre eles, ao mesmo tempo, esses são os que possuem maior tempo de serviço.

Como pode ser observado na Tabela 4 nas duas rotas, o veículo $\boldsymbol{k_1}$ e o veículo $\boldsymbol{k_2}$ se deslocam da origem primeiro (nó 0) para o nó 2 e nó 5, consecutivamente. Segue-se assim sucessivamente até chegar nos nós artificiais que marcam o final da rota e seu valor de tempo de serviço é nulo.

Tabela 4

Resultados do modelo para tempo de deslocamento

Descrição	**Resultado**
Rota veículo $\boldsymbol{k_1}$	0-2-4-3-7-0
Rota veículo $\boldsymbol{k_2}$	0-5-1-6-8-0
Tempo rota 1	63 minutos
Tempo rota 2	31 minutos
Minimização de Z:	94.5 minutos

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Observa-se as rotas formadas nesse modelo na Figura 5, as quais obtiveram a minimização do somatório total de rota em minutos de 94, 55, conforme pode ser visto na Tabela 4.

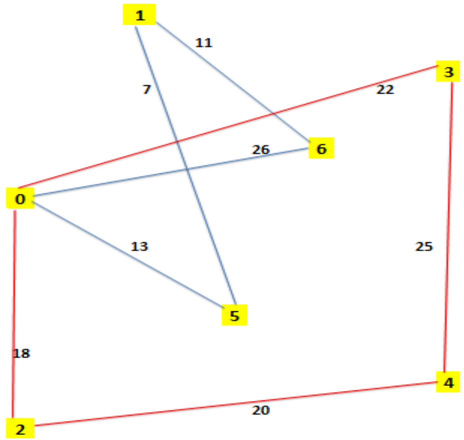

Figura 5. Definição de rotas considerando tempo de deslocamento**.**
Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Contudo, quando se calculou essa mesma função objetivo com o tempo de chegada, obteve-se o valor de 111 minutos na rota 1. Já na rota 2 têm-se um tempo de chegada de 102 minutos. O que daria um tempo total quando consideradas as duas rotas de 213 minutos, muito maior do que o resultado obtido quando calculados apenas com os tempos de deslocamento de rota.

Em seguida os dados foram remodelados e chegou-se à rota por veículo, que minimiza a soma dos tempos de chegada. Para tanto, foi utilizada agora a função objetivo da seção 3 contida na Equação 4, que visa minimizar o tempo de espera, também mantendo o limite de tempo das rotas em 120 minutos. Como explicado anteriormente, nesta equação considera-se a variável t_i que representa os tempos de chegada de cada rota. O grande diferencial desse modelo da seção 3, é que passa a considerar agora os tempos de serviço acrescido ao tempo de deslocamento entre cada nó como o tempo de percurso total de rota. A Tabela 5 ilustra os resultados para esse modelo elaborado.

Tabela 5
Resultados do modelo para o tempo de espera

Descrição	Resultado
Rota veículo$\boldsymbol{k_1}$	0-1-6-5-7-0
Rota veículo $\boldsymbol{k_2}$	0-3-4-2-8-0
Tempo rota 1	112 minutos
Tempo rota 2	115 minutos
Minimização de Z:	503.9 minutos

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

A Figura 6 a seguir, apresenta o diagrama das rotas para o atendimento dos serviços considerando os tempos de execução dos mesmos. Salienta-se que nesse modelo, o resultado da função objetivo de 503,9 minutos (Tabela 5) é bem maior que a soma do tempo para percorrer as duas rotas do problema, isso porque ele representa o somatório de todos os tempos de chegada em cada nó, e não apenas do tempo total ao chegar no fim de cada rota. Portanto, soma mais de uma vez os tempos de chegada, resultando em um valor de tempo bem maior que o da resolução real do problema, que é 227 minutos, a soma da rota 1 com a rota 2 (112 + 115 minutos).

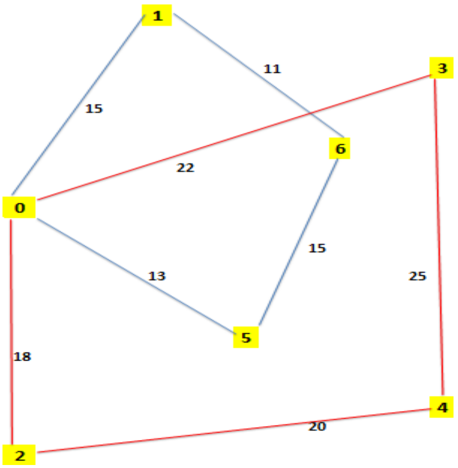

Figura 6. Definição de rotas considerando os tempos de chegada
Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Diante disso, nesse modelo buscou-se a minimização do tempo total de rotas que são equivalentes aos tempos de chegada. Ao compararmos com as rotas resultantes da função objetivo da seção 2, observa-se que a sequência de visitas dos veículos nas rotas mudou. Verifica-se assim, que agora os primeiros nós visitados são aqueles de menor tempo de serviço associados ao tempo de deslocamento. Já os de maior tempo de serviço são elencados como os últimos nós da rota nesse modelo, os quais eram os primeiros a ser visitados na função anterior, priorizando assim, aqueles que têm os menores tempos de espera.

Caso fossem considerados somente os tempos de deslocamento para essas rotas, como na simulação inicial, teríamos os seguintes valores: na rota um, 41 minutos, e na segunda rota 67 minutos. Resultando em uma função objetivo de 108 minutos, ou seja, seu valor decresce consideravelmente sem considerar os tempos de espera. Evidenciando, portanto, a eficiência do modelo proposto ao se considerar os tempos de serviço (espera) acrescido ao tempo de deslocamento na busca de sua minimização, possibilitando assim, a maior aproximação da real resolução do problema do atendimento das concessionárias de energia elétrica.

5. CONCLUSÃO

O presente estudo abrangeu um embasamento teórico do problema de roteamento de veículos (PRV). Assim, alicerçado na teoria do PRV, foi possível demonstrar a simulação de um estudo de caso, com a resolução do modelo matemático elaborado, mostrando aspectos relacionados à variável tempo, os quais devem ser considerados para a tomada de decisão dos gestores na alocação de ordens de serviço em concessionárias de energia elétrica.

Diante disso, a partir da contextualização teórica sobre as definições e as origens do problema de roteamento de veículos (PRV), foi possível destacar a extensa gama de possíveis utilidades em função das particularidades a serem exploradas por meio da modelagem matemática adequada. Outrossim, verificou-se que o PRV apresenta um vasto conjunto de aplicações reais, com muitas variantes, características adicionais e restrições com o objetivo de obter um maior nível de decisão.

Corroborando com este entendimento, encontra-se o resultado deste estudo, no qual alterou-se os parâmetros do problema original do roteamento de veículos. Como apresentado na seção 2, este problema considera somente a minimização do tempo de deslocamento c_{ij}.

Ao passo que na seção 3, apresentou-se um modelo com a inclusão dos tempos de serviços (espera) em cada nó no tempo total de rota para minimização deste, na função objetivo. Foram calculados então cada um dos modelos com as mesmas instâncias e diferentes especificidades de parâmetros. A partir dos resultados obtidos, constatou-se que ao considerar os tempos de espera, o valor da função objetivo cresce significativamente comparado a equação só de deslocamentos.

Portanto, a abordagem com os tempos de serviço no modelo, resulta em um valor mais aproximado do tempo real que o problema estudado poderá ter. Evidencia-se assim, que este trabalho demonstra a relevância de inclusão dos tempos de chegada para este tipo de estudo, permitindo um tratamento mais eficiente deste quando aplicado a um cenário real das concessionárias. Possibilitando, com isso, a discussão a partir de uma perspectiva didática, de alternativas mais consistentes a serem utilizadas como apoio para a tomada de decisão dos

Ademais, constatou-se que o modelo apresentado produz resultados pertinentes e adequados para os conceitos previstos no modelo matemático desenvolvido. Nesse sentido, pode-se dizer que, há uma contribuição dos resultados obtidos com o estudo, embora se tenha como limitação deste trabalho, a impossibilidade de aplicar esse mesmo modelo e resolvê-lo na otimalidade para instâncias com dezenas ou centenas de nós, o que se mostra como sugestão para estudos futuros. Contudo, a contribuição central foi de evidenciar a diferença entre considerar a função objetivo que minimiza a soma dos tempos de chegada em comparação com a função objetivo que minimiza os deslocamentos, ao se propor uma sequência de alterações no modelo matemático e nas simulações desenvolvidas no estudo de caso.

Por fim, a realização deste estudo apresenta relevância teórica e acadêmica porque consiste em uma boa oportunidade de agregar os resultados científicos associados ao roteamento de veículos, com ênfase para aqueles oriundos da sua aplicação em despacho de ordens de serviço. Não obstante, destaca-se como demais sugestões para estudos futuros, que a consideração dos tempos de espera aqui tratados, significa uma importante alternativa para tratamento de cenários de emergência, nos quais é fundamental orientar as decisões a partir desse critério.

REFERÊNCIAS

Agência Nacional de Energia Elétrica. (2015). *Aplicações - tempos médios de atendimento.* Rio Grande do Sul. Recuperado em 05 janeiro, 2022, de http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/Tempos_medios_de_atendimento

Companhia Paulista de Força e Luz. (2022). *Mercado de energia elétrica: tudo o que você precisa saber.* Recuperado em 02 março, 2022, de https://cpflsolucoes.com.br/mercado-de-energia-eletrica-tudo-o-que-voce-precisa-saber/

Eksioglu, B., Arif, V.V., & Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: a taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, 57(4), 1472-1483.
https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.05.009.

Fernstrom, F., & Steiner, T. A. (2020). A constant approximation algorithm for the uniform a priori capacitated vehicle routing problem with unit demands. *Information Processing Letters*. 105960, 159–160. https://doi.org/10.1016/j.ipl.2020.105960.

Fisher, M., & Jaikumar, R. (1981). A generalized Assignments Heuristics for vehicle Routing. *Networks*, 11(2), 109-124. https://doi.org/10.1002/net.3230110205.

Fontaine, P., Taube, F., & Minner, S. (2020). Human solution strategies for the vehicle routing problem: Experimental findings and a choice-based theory. *Computers & Operations Research*, (120), 104962. https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104962.

Fortes, B. J. (2015). *Análise e modelagem do atendimento de ordens de serviço emergenciais em concessionárias de energia elétrica*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, Brasil.

Garey, M., & Johnson, D. (1979). *Computers and intractability*. San Francisco: W. H. Freeman.

Goldbarg, G. C., & Luna, H.P.L. (2005). *Otimização Combinatória e Programação Linear*. 2Ed. Rio de Janeiro: Campus.

Laporte, G. (1992). The vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms". *European journal of Operational Research*, 59 (3), 345-358. https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90192-C.

Larsen, A., Madsen, O., & Solomon, M. (2002). Partially dynamic vehicle routing: models and algorithms. *Journal of the Operational Research Society,* Boston, p. 637-646.

Pataki, G. (2003). Teaching Integer Programming Formulations using the Traveling Salesman Problem. *SIAM Review*, 45 (1), 116-123. https://doi.org/10.1137/S00361445023685.

SCIP. (2022). Solving Constraint Integer Programs. Recuperado em 10 janeiro, 2022, de https://www.scipopt.org/.

Schmitz, M., Bernardon, D. P., Schmitz, W. I., Garcia, V. J., Milbradt, R. G., & Silva, G. S. (2016, setembro). Análise Multicritério no Atendimento de Ordens Emergenciais em Redes de Distribuição de Energia Elétrica. Congresso Brasileiro de Planejamento Energético, 10.

Sitek, P., Wikarek, J., Rutczynska-Wdowiak, K., Bocewicz, G., & Banaszak, B. (2020). Optimization of capacitated vehicle routing problem with alternative delivery, pick-up and time windows: A modified hybrid approach. *Neurocomputing.* https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.02.126.

Stamm, G., Missaggia, A., Santos, B. M., Silveira, F., Rodrigues, P. C., & Molinar, F. (2019). Order of emergency orders in a company of distribution of electrical energy. *Independent Journal of Management & Production.* 10, no. 4. http://dx.doi.org/10.14807/ijmp.v10i4.968.

Ulmer, M. W., Soeffker, N., & Mattfeld, D. C. (2018). Value function approximation for dynamic multi-period vehicle routing. *European Journal of Operational Research,* v. 269, n. 3, p. 883-899.

Vidal, T., Crainic, T.G., Gendreau, M., & Prins, C. (2013). Heuristics for Multi-attribute vehicle routing problems: a survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*, 231(1), 1-21. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.02.053.

Weintraub, A., Aboud, J., Fernandez, C., Laporte, G., & Ramirez, E. (1999). An emergency vehicle dispatching system for an electric utility in Chile. *Journal of the Operational Research Society*, 50 (7), 690-696. https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600746.

ZIMPL. (2022). Zuse Institut Mathematical Programming Language. Recuperado em 13 janeiro, 2022, de https://zimpl.zib.de/.

Zhezhelenko, I. V. (2018). The Main Directions of Improving the Efficiency of Production, Transmission and Distribution of Electrical Energy. *Energitika*, v. 61, n. 1, p. 28-35.