

## Otimização de Carteiras de Ativos Financeiros: teste em índices de ações de Companhias de Energia Elétrica

### Optimization of Financial Assets Portfolio: Testing the Electric Power Companies Shares Index

Gleucir Leite

Mestre em Administração pela Faculdade Novos Horizontes - FNH  
Professor e pesquisador da Universidade do Norte do Paraná - UNOPAR - Paraná, Brasil  
gleucir@yahoo.com.br

Wendel Alex Castro Silva

Doutor em Administração pela Universidade Federal de Lavras – UFLA  
Professor e pesquisador da Faculdade Novos Horizontes - FNH, Minas Gerais, Brasil  
wendel.silva@unihorizontes.br

Elisson Alberto Tavares Araújo

Mestre em Administração pela Faculdade Novos Horizontes - FNH, Minas Gerais, Brasil  
elisson.araujo@unihorizontes.br

Ester Eliane Jeunon

Doutora em Psicologia pela Universidade de Brasília - UNB, Distrito Federal  
Professora e pesquisadora do Mestrado da Fundação Pedro Leopoldo e PUC/MG, Minas Gerais,  
Brasil  
eejeunon@gmail.com

Editora Científica: Vera L. Cançado  
Organização Comitê Científico  
*Double Blind Review* pelo SEER/OJS  
Recebido em 06.08.2012  
Aprovado em 18.10.2012



Este trabalho foi licenciado com uma Licença *Creative Commons* - Atribuição – Não Comercial 3.0 Brasil.

## Resumo

Neste artigo, objetivou-se testar uma metodologia alternativa para a aplicação da teoria de carteiras de mínima variância, com o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), utilizando-se ações de companhias de Energia Elétrica para a constituição de índices acionários. Visou-se identificar os melhores agrupamentos de ativos por meio da análise fatorial de série temporal desenvolvida para dados *cross-sectional*. Foram consideradas as empresas de energia elétrica com papéis negociados na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), extraídas da base de dados Economática® no período compreendido entre 9 de janeiro de 2009 a 21 de dezembro de 2009, totalizando 235 observações. Os achados forneceram evidências estatísticas de que esta metodologia foi efetiva para testar a teoria de carteiras otimizadas, procurando maximizar a relação risco *versus* retorno em torno dos índices de ações constituídos.

**Palavras-chave:** Otimização de Carteiras; Carteiras de Mínima Variância; *Capital Asset Pricing Model* - CAPM.

## Abstract

This paper aimed to test an alternative methodology for applying the Portfolio Minimum Variance theory, with the Capital Asset Pricing Model (CAPM), using shares of Electric Power companies to form shares indexes. We intended to identify the best assets group by means of the factor analysis of the time series developed for *cross-sectional data*. The electric power companies taken into account were those with shares traded in the Stock Exchanges of São Paulo/ Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), from the Economática® database in the period between 9 January 2009 and 21 December 2009, in a total of 235 observations. The findings provided evidence that such statistics methodology was effective to test the optimal portfolio theory, trying to maximize the relation risk versus return on the constituted stock indices.

**Key words:** Portfolio Optimization; Portfolio Minimum Variance theory; Capital Asset Pricing Model - CAPM.

## 1 INTRODUÇÃO

A preocupação com o binômio risco/retorno em relação aos investimentos ganhou corpo a partir dos trabalhos de Markowitz (1952; 1959). Antes, o tema era pouco discutido, visto que inexistiam bases teóricas consistentes, tanto para estudá-lo, quanto para a sua operacionalização. Esse autor acrescentou reconhecidas contribuições ao campo das finanças a partir de seu trabalho seminal, lançando um arcabouço teórico que definiu a esperança de retorno de uma carteira como a média ponderada histórica dos retornos dos ativos individuais e o risco como a variância desses retornos. O resultado foi o desenvolvimento de um modelo matemático de otimização de carteiras baseada na combinação risco de ativos individuais. Mas, apesar de representar a essência da moderna teoria de finanças, não recebeu muita atenção, notadamente por sua difícil operacionalização manual, na época. Contudo, gerou bases importantes para que os pesquisadores elaborassem ferramentas mais simples, facilitando a aplicação dessa teoria às situações reais.

Fundamentado no postulado de Markowitz (1952; 1959) e nas contribuições de Tobin (1958) e Treynor (1961), Sharpe (1963; 1964) desenvolveu uma equação que incorporava a ideia do risco/retorno, relativamente simples de estimar, e que permitia testes empíricos. Surgiu, então, o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), equação que, por intermédio de uma regressão linear simples, em que a variável dependente era dada pelo retorno esperado pelos acionistas e a variável independente por uma ponderação do risco da empresa relativo a uma carteira teórica de mercado, representaria a negociação dos ativos de um mercado organizado.

Dessa maneira, havia a pressuposição de que a relação entre risco e retorno seria linear. Outra criação de Sharpe (1963; 1964) foi o beta - um dos componentes dessa equação - uma métrica de sensibilidade da empresa, que mensurava a variação (risco) da negociação dos ativos financeiros de uma empresa, comparativamente à variação da carteira de mercado.

No início, as pesquisas realizadas por Sharpe (1963) indicaram que o CAPM utilizado para estimar o retorno do capital próprio seria constituído apenas pelo beta e pelo retorno da carteira de mercado. No entanto, no seguinte, Sharpe (1964)

incrementaria o modelo com um novo elemento - o ativo livre de risco - após embasar-se no estudo de Tobin (1958).

Então, o retorno esperado pelos acionistas seria formado pela combinação entre o retorno de um ativo de baixo risco (variância ou desvio-padrão), negociado em certa economia, somado à ponderação do beta pelo prêmio de risco - diferença entre o retorno da carteira de mercado e desse ativo livre de risco. A última versão de Sharpe (1964) permitiria sua aplicação a ativos individuais ou carteiras de ativos.

Entretanto, sua aplicação para carteiras somente aconteceria em algumas décadas, com o desenvolvimento de ferramentas computacionais sofisticadas, em face da complexidade dos cálculos dos algoritmos. Tal avanço permitiu a realização de testes empíricos de otimização de ativos em carteiras de baixo risco e elevado retorno, i.e., os ativos seriam agrupados em carteiras a partir de suas covariâncias, visando-se à alocação de ativos com covariâncias que se anulassem, com base em seus retornos históricos, até o limite de uma fronteira eficiente. A ideia básica seria a redução do risco de determinada taxa de retorno ou aumento do retorno para dado grau de risco. Essas seriam, então, as carteiras otimizadas enunciadas por Markowitz (1952; 1959), cuja utilização poderia ser para investidores individuais, fundos de investimento, entre outros.

Nesse sentido, os atuais recursos computacionais permitem que, de forma simplificada, sejam montadas carteiras de mínima variância, para reduzir o risco de carteiras de investimento, e de índices acionários, compondo índices com ações que reflitam menos risco para uma taxa de retorno requerida, ou vice-versa.

Em vista disso, buscou-se neste artigo testar uma metodologia que utiliza a análise fatorial de séries temporais e o determinante de covariância mínima (DCM) para realizar a otimização de carteiras de ativos à luz da teoria de Markowitz (1952; 1959) e do modelo CAPM. Não foi identificada, na academia, na área de finanças no Brasil, alguma pesquisa científica que tivesse esse interesse em verificar se essa técnica traz resultados mais evidentes.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho foi testar uma metodologia alternativa para a aplicação da teoria de carteiras de mínima variância e do modelo CAPM, utilizando-se ativos de companhias de energia elétrica na constituição de índices acionários.

Foi utilizada a análise fatorial de séries temporais - uma extensão da análise fatorial padrão, porém, aplicada em séries temporais, e o DCM, visando estabelecer os melhores agrupamentos possíveis de ativos para a criação de índices com correlação elevada, moderada ou baixa entre seus ativos componentes e, com isso, estimar os riscos sistêmicos (coeficientes betas).

Neste artigo, além desta introdução ao tema, apresenta-se mais quatro sessões, a saber: o referencial teórico com as principais teorias de embasamento; a metodologia, contendo os procedimentos implementados; na seção seguinte, os resultados; e, por fim, a conclusão seguida das referências.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Moderna teoria da seleção de carteiras

A moderna teoria de seleção de carteiras (i.e., carteiras de média variância, carteiras de mínima variância ou variância mínima) elaborada por Markowitz (1952) tem como pilar a compensação risco/retorno, considerando-se uma função linear, a correlação e covariância entre os ativos. Esse autor considerou o risco como a variância dos retornos e o retorno como a média aritmética da série histórica deles. Para a otimização das carteiras, preconizou que deveriam ser alocados ativos com covariâncias que se anulassem, o que dissiparia o risco entre os ativos na carteira, constituindo-se uma carteira de mínima variância (ou risco) para um dado retorno esperado pelo investidor.

Tal combinação de ativos para anular o risco seria definida pela participação percentual de cada ativo na carteira, ou seja, deveria ser obtido um percentual do peso de cada ativo na carteira, para que o risco fosse reduzido ou extinto (Bodie, Kane & Marcus, 2007; Elton, Gruber, Brown & Goetzmann, 2007; Haugen, 2001; Sharpe, 2000).

Markowitz (1952) mencionou que existe uma fronteira eficiente que corresponde aos *trade-offs* entre risco e retorno, na qual todo investidor racional deveria se situar ao alocar seus recursos em investimentos. Essa fronteira inclui todas as possíveis combinações de ativos, com e sem risco, em diferentes carteiras, as mais eficientes.

Com a seleção e diversificação de ativos negativamente correlacionados, pode-se montar carteiras com baixo risco (mínima variância) para certa taxa de retorno. Ou, para um mesmo nível de risco, aquelas com o máximo retorno possível. Esse tipo de otimização visa a uma relação ótima, otimizada ou eficiente entre risco e retorno, segundo as preferências dos investidores.

Para uma expectativa de taxa de retorno, Haugen (2001) indica que a carteira de variância mínima possui o menor desvio-padrão acerca de uma população de ações disponíveis. Conforme Carvalho, Souza, Sicsú, Paula e Studart (2007), a metodologia para montagem de uma carteira ótima, com um par de ativos, é fornecida pelas equações 2 a 7. A esperança de retorno de  $n$  ativos, em uma carteira, é a soma ponderada dos retornos esperados, individualmente, em que (equação 1):

$$E(w_1.R_1 + w_2.R_2 + \dots w_n.R_n) = w_1.E(R_1) + w_2.E(R_2) + \dots w_n.E(R_n) \quad (1)$$

Sendo:  $w$  = participação percentual do ativo  $n$  para a carteira;

$E(R_n)$  = expectativa de retorno do ativo  $n$  para a carteira;

$\sigma_p$  é o desvio-padrão ou risco da carteira,

$\sigma_p$  é diferente da média ponderada dos desvios individuais e dado por (equação 2):

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + w_1 \cdot w_2 \cdot \text{cov}(R_1, R_2)} \quad (2)$$

Quanto menor a covariância entre os retornos dos pares de ativos que formam a carteira, dado por  $\text{cov}(R_1, R_2 \dots R_n)$ , mais baixo será o risco total dela.

A diversificação mostra-se mais efetiva quando os retornos desses ativos possuem correlação negativa. E quanto maior esta, mais baixo será o risco da carteira diversificada. Para mensurar o benefício da diversificação, utiliza-se o coeficiente de correlação entre os pares de retorno (equação 3):

$$\rho = \frac{\text{cov}(R_1, R_2)}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \quad (3)$$

Caso os retornos sejam perfeitamente correlacionados ( $\rho = -1$ ) - flutuação inversa, tem-se (equação 4):

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 - w_1 \cdot w_2 \dots w_n} = w_1 \cdot \sigma_1 - w_2 \cdot \sigma_2 \quad (4)$$

Ao adicionar outros ativos provoca-se a redução do risco da carteira, pelo valor do risco do ativo (s) adicionado ponderado pela sua participação na carteira, i.e., seu risco é pulverizado. Caso os ativos sejam perfeita e negativamente correlacionados, pode-se montar uma carteira com risco nulo ( $\sigma_p = 0$ ) (equação 5):

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (5)$$

Quando a correlação entre os retornos for máxima ( $\rho = 1$ ) - flutuação direta, o risco será a média ponderada entre os riscos individuais, sugerindo que a diversificação é desvantajosa ou inexistente redução do risco (equação 6):

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2} = w_1 \cdot \sigma_1 + w_2 \cdot \sigma_2 \quad (6)$$

Esses resultados crescem conforme são adicionados outros ativos à carteira, i.e., quanto mais baixo o nível de correlação entre eles, menor o desvio-padrão do retorno combinado da carteira.

Para qualquer mescla de ativos com retornos não perfeitamente correlacionados, quanto maior a diversificação, mais baixo o risco total combinado. À medida que se acrescenta um ativo à carteira, são adicionadas, nessas equações, operações entre pares de ativos, com todas as possíveis combinações de correlação e covariância.

O fato de os ativos apresentarem características intrínsecas, que ocasionam distintas reações aos fatores macroeconômicos, é que torna a diversificação interessante.

Contudo, pode ser difícil identificar ativos com correlação negativa perfeita, pois ambos são sujeitos a flutuações (retrações ou *booms*) simultâneas oriundas desses fatores. Logo, existe um limite para a simetria dos riscos dos ativos em um mercado, sendo o risco de mercado (sistemático – aquele inerente ao mercado) que influencia, simultaneamente, o comportamento dos ativos em uma economia. O risco de um ativo é composto por (equação 7) (Carvalho *et al.*, 2007):

$$\text{Risco total} = \text{risco específico} + \text{risco sistemático} \quad (7)$$

Então, na composição de uma carteira ótima, deve-se buscar alocar ativos com riscos específicos (aqueles relativos a cada companhia) negativamente correlacionados.

Em síntese, a teoria de Markowitz sinaliza que, para uma carteira diversificada, o retorno corresponde à média ponderada dos retornos individuais. Diferentemente, o risco será abaixo da média ponderada da variância de cada ativo.

A maior contribuição de Sharpe (1964) para a teoria de carteiras foi a elaboração do modelo CAPM, cuja definição do retorno de um ativo dá-se em relação a uma carteira teórica de mercado.

Nesse modelo, torna-se importante a correlação de ativos individuais com essa carteira, em vez de uma matriz de correlação entre os ativos. Com isso, o componente de sensibilidade de risco do ativo é o beta, que mensura a volatilidade dos retornos e substitui a matriz de covariância entre os ativos pela covariância entre o ativo e essa carteira, sendo mais eficiente que o desvio-padrão para capturar a variabilidade dos ativos. O beta representa a parte do risco inerente ao comportamento específico do investimento. Essa parcela do risco pode ser eliminada por meio da diversificação, assim, para o investidor é esse risco que importa (Sharpe, 1964). Conforme Elton *et al.* (2010), o beta de uma carteira é uma ponderação da participação dos betas de cada ativo - soma da contribuição do risco individual (marginal ou incremental) para a carteira.

Outra questão relevante é que, enquanto a fronteira eficiente de Markowitz (1952; 1959) considerava a participação somente de ativos com risco, nas prováveis carteiras, o CAPM incorporou uma parcela de ativos livre de risco, destacando-se a aversão a risco dos investidores.

## **2.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)**

O CAPM foi desenvolvido embasado nos pressupostos das teorias da utilidade e da hipótese da eficiência de mercado (Costa, Menezes & Lemgruber, 1993). Ele propunha que, em situação de equilíbrio, a expectativa de retorno de um ativo seria igual ao retorno de um ativo livre de risco, junto com um prêmio pelo risco assumido, prêmio este resultado da diferença entre o retorno da carteira de mercado

e ativo livre de risco, ponderado pelo beta (coeficiente de risco sistemático), que é a métrica de sensibilidade de risco da empresa (Bruni, 1998).

Sharpe, Alexander e Bailey (1995) e Tomazoni e Menezes (2002) assinalam que o beta mensura a volatilidade dos retornos do ativo relativamente aos retornos da carteira de mercado, portanto, é uma medida de risco sistemático, que não pode ser extinto com a diversificação de ativos.

Por meio do beta, pode-se estimar o risco total (diversificável + não diversificável) de um ativo ou de carteiras, pois ele associa o risco sistemático (não diversificável ou conjuntural) ao não sistemático (diversificável, não sistemático, único, específico ou idiossincrático), e este pode ser eliminado pela diversificação.

O beta é gerado pela razão entre a covariância do retorno da ação da empresa e da carteira de mercado, pela variância do retorno dessa carteira. É o coeficiente angular da reta da regressão simples do CAPM, que é estimada por meio do retorno da ação relativo ao retorno da carteira teórica. Como a relação entre o risco do ativo e retorno exigido é linear e considerando-se o beta como métrica de risco, então, quanto mais risco o ativo revelar, proporcionalmente será o retorno desejado pelo investidor.

Securato (1996) conceitua risco sistemático como aquele determinado pelos sistemas político, econômico e social (variáveis macroeconômicas); e risco não sistemático como inerente ao ativo ou ao subsistema a que pertence (variáveis microeconômicas), não influenciando outros ativos e seus ambientes, como acontece com o outro risco.

Esse modelo procura explicar o comportamento dos valores dos ativos e auxiliar na avaliação de investimentos - em ativos individuais ou carteiras. E as decisões financeiras mais importantes devem ser analisadas visando à esperança de retorno e de risco e os efeitos dessa associação no valor do ativo.

O CAPM é indicado para aplicação em decisões financeiras de empresas ou de investidores (Amaral, Vilaça, Barbosa, & Fully Bressan, 2004). Para Tomazoni e Menezes (2002), o modelo assume que os investidores são racionais e, assim, a expectativa é de que eles constituirão carteiras baseadas em associações entre a taxa livre de risco e a carteira de mercado.

O nível de aversão do investidor ao risco determinará a forma de alocação de seus recursos, sendo o risco individual do ativo aquele em relação às oscilações do mercado, que será adequado à carteira do investidor.

Para Castro Silva, Pinto e Melo (2012), essas são as versões convencionais (básicas ou estáticas) do CAPM, cujas projeções do beta são estáticas (constantes ou estacionárias), ou seja, o risco sistemático não se alteraria no tempo, o que se sabe ser inverdade.

O CAPM nas versões condicionais seria apropriado quando as variáveis macroeconômicas mostram-se inconstantes, pois as generalizações do modelo poderiam capturar, intertemporalmente, as variações nos retornos das ações devido às novas informações, i.e, o *time-varying risk*. Com efeito, as informações dos investidores do período t-1 – anterior àquele que se está estudando - seriam determinantes para o risco conjuntural (Castro *et al.*, 2012).

Entre essas variantes, Merton (1973) criou o *Consumption CAPM* ou CAPM intertemporal (ICAPM), modelo que procurava capturar as variações ao longo do tempo e, para isso, considerava que a riqueza dos investidores era totalmente consumida depois de certo período, mas isso acarretava inconsistências para a avaliação.

O *Conditional CAPM* (C-CAPM) de Lewellen and Nagel (2003) tem indicado desempenho satisfatório, fazendo a literatura apreciá-lo muito, pois abarca as oscilações das variâncias e covariâncias no horizonte temporal (gerando a quebra estrutural) e o risco sistemático é percebido como não estático.

O *Downside CAPM* (D-CAPM) elaborado por Estrada (2000) trata-se de uma generalização que utiliza a semivariância como métrica de dispersão dos retornos e tem como pressuposto estudar a perda sistêmica.

Para Ribenboim (2004), citado por Castro *et al.* (2012), o CAPM básico mostra-se efetivo no mercado em equilíbrio. Suas generalizações revelariam melhor desempenho nas economias que apresentem desarranjo das variáveis macroeconômicas.

As premissas estatísticas para a realização de testes empíricos do CAPM são: a) o intercepto não pode ser estatisticamente distinto de zero, corroborando a ideia de ausência de retornos anormais pela hipótese de mercados eficientes; b) o beta deve ser o fator que explica a taxa de retorno do ativo com risco ou o único que

mede o risco não diversificável; c) o *trade-off* risco-retorno deve ser linear ou, em tese, o retorno excessivo de uma ação deve ser explicado pela covariância calculada com base nos movimentos compartilhados desse ativo com a carteira de mercado; d) a carteira teórica tem mais risco que o ativo livre de risco, em que, no longo prazo, as projeções de retorno devem seguir essa trajetória.

Tipicamente, no Brasil, as *proxies* mais utilizadas para os componentes do CAPM são o índice da bolsa de valores de São Paulo (Ibovespa - carteira de mercado) e o certificado de depósito interbancário (CDI - ativo livre de risco), segundo constatação de Araújo e Castro Silva (2010).

A equação 8 corresponde à versão convencional do CAPM de Sharpe (1963; 1964), que será aplicada, nesta pesquisa, para estimar o beta das carteiras:

$$r_t = \gamma_0 + \gamma_1 \beta + \varepsilon_t \quad (8)$$

em que:

$$r_t = \ln(\text{ativo}_t) - \ln(\text{ativo}_{t-1});$$

$\gamma_0$  = coeficiente de intercepto;

$$\gamma_1 = r_{Mt} - r_{Ft};$$

$$r_{Mt} = \ln(\text{carteira de mercado}_t) - \ln(\text{carteira de mercado}_{t-1});$$

$$r_{Ft} = \ln(\text{ativo livre de risco}_t) - \ln(\text{ativo livre de risco}_{t-1});$$

$\beta$  = coeficiente beta;

$\varepsilon_t$  são os termos de erros.

A equação 9 refere-se ao coeficiente beta do CAPM, segundo Sharpe *et al.* (1995):

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)} \quad (9)$$

Em que

$R_i$  = retorno do ativo; e

$R_m$  = retorno da carteira de mercado.

Assim, para estimar beta é necessário calcular a covariância entre o ativo e a carteira de mercado. Considerando-se que o beta é a medida de risco não

diversificável e como apenas o risco diversificável pode ser eliminado com a construção de uma carteira, este corresponde à medida do risco de um ativo.

### 2.3 Pesquisas no Brasil

Diversos pesquisadores têm desenvolvido trabalhos acerca dos modelos CAPM e variantes no Brasil, a fim de testar sua adequação e poder explicativo, seja a ativos individuais ou carteiras. Na Figura 1 são apresentados os trabalhos dos últimos anos.

Autor (es)	Objetivo	Teste em Ativos	Conclusão
Casotti e Motta (2008)	Verificar se as ações de empresas estavam subavaliadas ou superavaliadas em <i>IPOs</i> .	Individuais	O poder de predição do CAPM foi rejeitado.
Rogers e Securato (2008)	Testar e comparar três modelos para predição de retornos no mercado de capitais brasileiro.	Carteiras	Foi rejeitado o CAPM para prever os retornos.
Castro e Yoshinaga (2008)	Investigar modelos de precificação de ativos inserindo-se fatores potencialmente importantes na explicação do comportamento das taxas de retorno.	Individuais	O desempenho estimativo do CAPM foi confirmado.
Raboni, Silva, Maranhão e Araújo (2008)	Testar a estratégia de investimento em ações com crescimento nos últimos anos.	Carteiras	O CAPM apresentou melhor poder explanativo na presença de outra variável.
Salmasi (2008)	Estudar a relação entre governança corporativa e o custo de capital próprio de companhias brasileiras.	Individuais	Confirmou o desempenho preditor do CAPM.
Mazer e Nakao (2008)	Analisar a existência de relação entre o nível de transparência e o custo de capital próprio de companhias do Ibovespa.	Individuais	A efetividade do CAPM foi corroborada.
Piloto, Senra e Moreno (2008)	Propor uma nova fórmula para a estimação do WACC e comparar com a fórmula tradicional, para valor justo do ativo Aracruz.	Não se aplica	Foi confirmada a efetividade do CAPM para estimar o capital próprio.
Castro Silva, Melo e Pinto (2009)	Examinar qual dos modelos CAPM, D-CAPM ou C-CAPM seria mais estável e melhor se ajustava às estimativas do retorno de índices da Bovespa.	Carteiras	O C-CAPM foi ligeiramente mais estável. E, na ocorrência de mudanças estruturais nas séries, o beta não foi o único fator explicativo do risco.
Araújo e Castro Silva (2010)	Proceder a um levantamento da produção acadêmica referente ao CAPM, identificando suas principais características, entre 1997 e 2008, em EnANPADs e periódicos nacionais.	Não se aplica	Constatou-se, em maior parte, desempenho satisfatório do CAPM na precificação de ativos no Brasil, ainda que outros modelos venham sendo testados.

Autor (es)	Objetivo	Teste em Ativos	Conclusão
Flister, Bressan e Amaral (2011)	Verificar se o CAPM condicional explica anomalias de momento, tamanho e <i>book-to-market</i> , no Brasil.	Carteiras	O C-CAPM não revelou ganhos significativos relativos ao modelo não condicional. Mas deve haver cautela na aplicação do CAPM.
Castro <i>et al.</i> (2012)	Testar e comparar o CAPM estático e o CAPM condicional.	Carteiras	Foi constatada mais eficiência do C-CAPM, pois apresentou menores critérios de informações de Akaike e Schwarz, sem quebra estrutural.

**FIGURA 1** - Trabalhos sobre o modelo CAPM e variantes no Brasil.  
Fonte: Compilado pelos autores.

As pesquisas que realizaram testes do modelo CAPM e suas versões sofisticadas em carteiras de ativos confirmaram sua efetividade na precificação. Um dos trabalhos condicionou o baixo desempenho do modelo à amostra, não à inconsistência da teoria, mostrando-se adequada ao apreçamento de ativos financeiros.

Os artigos que realizaram testes em ativos individuais preferiram o CAPM estático e boa parte concluiu pela eficiência da sua modelagem. Quando da inclusão de novos fatores explicativos à equação, percebeu-se que incrementaram o desempenho estimativo do modelo.

Em síntese, a literatura empírica brasileira registra que o CAPM é o modelo mais aplicado, no Brasil, pelos profissionais de avaliação no mercado. Os questionamentos acerca da teoria permanecem em relação à adequação das *proxies* a serem utilizadas na equação, que podem levar a uma equivocada refutação da teoria.

Com a devida cautela, as evidências sugerem a possibilidade de continuidade da aplicação do modelo, no país, tendo-se em conta que o mesmo pode ser aperfeiçoado por meio da inserção de outras variáveis explicativas.

Cabe ressaltar que o propósito dessa revisão de trabalhos anteriores foi verificar se o mesmo tem apresentado desempenho satisfatório, de forma a embasar sua utilização nesta pesquisa, para a composição de carteiras otimizadas, o que permitiu aplicá-lo.

Além disso, não foi identificada alguma pesquisa que tenha aplicado o modelo CAPM à metodologia de carteiras de mínima variância em ativos de companhias do

setor de energia elétrica, visando à montagem de índices acionários a partir da teoria de Markowitz.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Classificação, dados e amostra da pesquisa

Nesta pesquisa, busca-se testar uma metodologia alternativa para a aplicação da teoria de carteiras de mínima variância com o modelo CAPM, utilizando-se ativos de companhias de energia elétrica na constituição de índices acionários.

Possui caráter exploratório, uma vez que existem poucos ou nenhum trabalho acerca do problema de pesquisa. Busca-se padrões, ideias ou hipóteses, e não testar hipóteses ou obter sua confirmação. É, também, empírico-descritiva, visto que descreve o comportamento dos fenômenos, a fim de adquirir informações sobre as características de um problema (Collis & Hussey, 2005).

É uma pesquisa quantitativa, quer seja na coleta ou na análise dos dados (Cooper & Schindler, 2003). As unidades de análise foram companhias do setor de energia elétrica que negociam suas ações na BM&FBovespa; e as unidades de observação, as cotações de suas ações.

Foram utilizados dados secundários (cotações de ações) obtidos junto ao banco de dados do sistema Economática<sup>®</sup>. A opção pelo estudo de companhias do setor de energia elétrica ocorreu em função de virem apresentando acentuada liquidez no mercado de capitais nos últimos anos.

Na seleção da amostra, extraída da população de companhias do setor de energia elétrica que negociam suas ações na BM&FBovespa, aplicou-se o método de amostragem não probabilístico por conveniência (conforme a disponibilidade de dados) e por julgamento (pelo interesse do pesquisador) (Hair, Black, Babin, Anderson, & Tatham, 2009), tendo em vista trabalhar com companhias que se adequassem ao objetivo desta pesquisa. Acredita-se que o viés que poderia advir desse método foi dissipado pelos testes realizados.

Os dados diários coletados referem-se às séries históricas, do período de 09/01 a 21/12/2009, das ações de companhias do setor de energia elétrica, quais sejam: Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG), Companhia Energética de

São Paulo (CESP), Companhia Paranaense de Energia (COPEL), COSAN, Companhia Paulista de Força e Luz (CPFL), Centrais Elétricas Brasileiras S/A. (ELETROBRÁS), Eletricidade de São Paulo (ELETROPAULO), Light Serviços de Eletricidade S/A. (Light Sesa) e Transmissão Paulista.

A seleção desse período decorreu do fato de que, em anos anteriores, houve quebra estrutural nas séries. Depois da exclusão de *missings* (dados incompletos), totalizaram-se 235 observações.

O *software* utilizado na preparação dos dados foi o *Microsoft Excel*<sup>®</sup> versão 2007. Para a análise estatística, utilizou-se o *R*.

### 3.2 Descrição dos modelos

Considere  $K$  processos não observados ou fatores em uma amostra de tamanho  $T$  indicados por  $\xi_{jt}, t=1, \dots, T; j=1, \dots, k$ . Os  $M$  processos observados ou indicadores são denotados por  $y_{it}, i=1, \dots, M$  e  $t=1, \dots, T$ . Os fatores e indicadores são armazenados em um vetor coluna  $\xi$  e  $y$ , respectivamente. Desse modo,  $y_{it}$  é um vetor de séries temporais observáveis;  $\xi$  são vetores de variáveis latentes denominados fatores comuns os quais seguem um modelo autorregressivo multivariado em que as matrizes diagonais satisfazem a condição de estacionariedade. Pressupõe-se que exista a seguinte relação entre indicadores e fatores (equação 10):

$$y_t = B\xi_t + \varepsilon_t \quad (10)$$

Em que:

$B$  é uma matriz  $M \times k$  de *loadings* que contém covariâncias entre os fatores comuns e as variáveis observadas; e

$\varepsilon$  é um vetor de erros aleatórios de tamanho  $M \times 1$ .

Para mais detalhes, veja, como exemplo, Borges (2008).

A técnica de análise fatorial de séries temporais (Time Series Factor Analysis - TSFA) estende a análise fatorial para aplicação em séries temporais. Segundo Gilbert & Meijer (2005) e Wansbeek *and* Meijer (2000), a análise fatorial com dados

oriundos de séries temporais, como, por exemplo, as séries macroeconômicas e financeiras, deve ser utilizada, porque as características dos dados, em geral, entram em contradição com as hipóteses da análise fatorial padrão.

Essa análise fatorial foi desenvolvida para dados *cross-sectional* e sob suposição de dados independentes e identicamente distribuídos (i.i.d), enquanto que as séries temporais são serialmente dependentes. Em geral, em séries econômicas e financeiras,  $y$  são integradas e, portanto, é necessário tomar a diferença de tais séries. Fazendo-se a primeira diferença da equação (10), o modelo de análise fatorial é obtido com a mesma matriz de *loadings*. Assim, o modelo de análise fatorial padrão pode ser obtido de tais séries e os parâmetros podem ser estimados, assim como os escores podem ser obtidos dos dados originais, ou seja, não diferenciados.

Para estimar a relação entre o mercado simbolizado pelo Ibovespa e os ativos formados com os respectivos índices obtidos por meio da análise fatorial em séries temporais, utilizou-se o modelo CAPM, dado pela equação 8.

Marazzi (1993) menciona que o método de mínimos quadrados (MQ) não é tão eficaz na presença de *outliers* para estimar parâmetros de modelos de regressão. Uma abordagem muito utilizada para correção dos efeitos de observações atípicas é simplesmente eliminar os *outliers* do conjunto de dados e, em seguida, prosseguir com MQ.

Essa abordagem é satisfatória quando se está convencido de que os *outliers* não representam verdadeiramente observações da população. Mas, mesmo assim, detectar tais casos nem sempre é fácil, quando se têm múltiplos *outliers* que podem mascarar-se mutuamente. No entanto, em outros casos, *outliers* são observações reais. Às vezes, a remoção desses casos simplesmente cria outros *outliers*. Geralmente, o melhor procedimento é usar uma alternativa robusta para o MQ que dá pesos menores para os efeitos de grandes erros.

A média e o desvio-padrão, no caso univariado, assim como a distância de Mahalanobis, no caso multivariado, são muito sensíveis à presença de *outliers*. A solução para reduzir esse grau de sensibilidade é, entre outras, usar estatísticas robustas, no sentido de serem resistentes à influência de observações atípicas. Muitos estimadores robustos para localização e covariância têm sido propostos na literatura estatística e econométrica. O estimador determinante de covariância

mínima (DCM) (Rousseeuw, 1985) é, provavelmente, o mais utilizado na prática, sobretudo porque seu algoritmo é computacionalmente mais rápido.

Para calcular os parâmetros do modelo CAPM, utilizaram-se os estimadores MM, descritos por Yohai, Staheland e Zamar (1991). Eles são uma mistura dos estimadores robustos e resistentes e possuem como uma das principais características o fato de que o ajuste é menos influenciado por *outliers* e os estimadores são menos viciados.

Na obtenção do estimador, seguem-se os seguintes passos:

- a) Computar um estimador *S high breakdown* dos parâmetros da regressão (equações 11 e 12):

$$\hat{\beta} = \min_{\beta} \hat{S}(\beta) \quad (11)$$

De tal forma que:

$$\frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{y_i - x_i^T \beta}{\hat{s}(\beta)} \right) = K \quad (12)$$

- b) Calcular o estimador *M high breakdown* de escala, selecionando do passo (1) o correspondente estimador de escala (equação 13):

$$\hat{s} = \min_{\beta} \hat{S}(\beta) \quad (13)$$

- c) Calcular um estimador *M* que conduza a uma eficiência elevada utilizando o estimador de escala obtido no passo 2, que é a solução de beta estimado (equação 14):

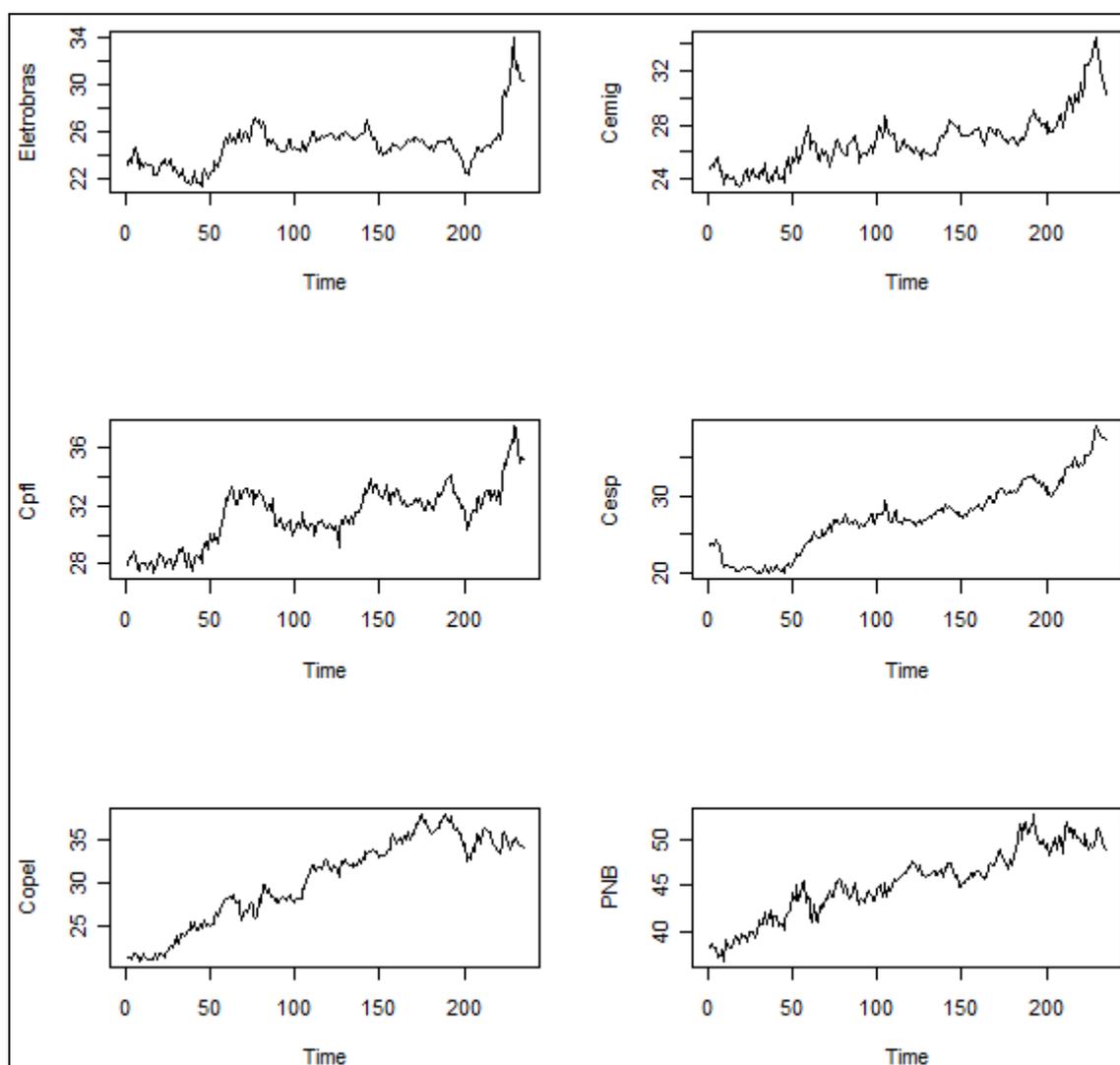
$$\sum_{i=1}^n \psi \left( \frac{y_i - x_i^T \hat{\beta}}{\hat{s}} \right) x_i = 0 \quad (14)$$

Cabe destacar sobre aos estimadores MM que as inferências são mais difíceis de serem utilizadas.

## 4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### 4.1 Comportamento dos ativos das companhias do setor de energia elétrica

A Figura 2 apresenta o comportamento dos ativos financeiros das empresas objeto do estudo.



**FIGURA 2** - Evolução dos ativos das companhias do setor de energia elétrica.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: todas as escalas são padronizadas, com eixo vertical iniciando em zero.

Percebe-se uma tendência a crescimento, nessas séries da Figura 2. A CESP, COPEL e Eletropaulo PNB exibem tendência visualmente observada à volatilidade do preço com concavidade influenciada pela velocidade de reversão à

média ou, por outro modo, trazem fortes indícios de que para essas séries os retornos sejam estacionários. A Eletrobrás e a CEMIG já revelam comportamento mais estável, porém, com tendência mais marcante após a observação 200. Nesse caso, verifica-se que, quanto menor a velocidade de reversão, menor será a concavidade das séries. Pode-se dizer que o retorno dessas empresas oscila mais ou menos com o mercado conforme as características apresentadas por cada série. Isso é totalmente compatível com o modelo CAPM. No entanto, cabe destacar que, devido ao alto prêmio de risco pago no Brasil, a fronteira de mínima variância geralmente é mais baixa que em outras economias mais estáveis.

#### 4.2 Estimação do modelo de análise fatorial em séries temporais

A Tabela 1 mostra as estatísticas de ajuste para vários modelos compostos de fatores, segundo o procedimento descrito por Gilbert & Meijer (2005). As estatísticas apresentadas são todas baseadas na probabilidade multivariada normal, a qual exige que as observações sejam independentes e identicamente distribuídas. Porém, por se tratar de séries temporais, esse pressuposto é violado e, portanto, as estatísticas não devem ser consideradas como testes estatísticos formais, mas como uma indicação de avaliação do grau ajuste de modelos.

TABELA 1

##### Estatísticas de ajustes para diferentes números de fatores

	Número de fatores				
	0	1	2	3	Saturado
Qui-quadrado	473.6269	30.9630	15.2326	3.7098	0
Graus de liberdade	21.0000	14.0000	8.0000	3.0000	0
P-valor	0	0.0056	0.0548	0.2946	NA
RMSEA	0.3035	0.0720	0.0622	0.0318	NA
CFI	0.0000	0.9625	0.9840	0.9984	1
Teste sequencial					
Qui-quadrado		442.6639	15.7304	11.5228	3.7098
GL		7.0000	6.0000	5.0000	3.0000
P-valor		0	0.0153	0.0419	0.2946

Fonte: Dados da pesquisa.

No painel superior da Tabela 1, os modelos são comparados com o modelo saturado e o modelo nulo. O modelo saturado é aquele que, por definição, oferece

uma combinação perfeita: o número de parâmetros é igual ao número de covariâncias.

O modelo nulo é de base muito restritiva. Na análise fatorial, o modelo nulo usual é o modelo de independência, ou seja, o que especifica que todas as variáveis observadas são independentemente distribuídas. Esse é o mesmo que o modelo de fator zero, ou seja, as variáveis-fonte não causam intercorrelações entre as variáveis observáveis.

A estatística qui-quadrado na face superior é a razão de verossimilhança de um modelo em relação ao modelo saturado. Observando-se os p-valores, conclui-se que o coerente seria utilizar dois, três, quatro ou cinco fatores. Além disso, a medida raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSEA) também compara um modelo com o modelo saturado. É um número não negativo que mede a falta de ajuste por grau de liberdade. Normalmente, como regra geral,  $RMSEA < 0,05$  é considerado um modelo bem ajustado. De acordo com esse critério, o modelo 3 fatores seria o escolhido.

O índice de ajuste comparativo (CFI) é um pseudo-R<sup>2</sup> que compara um modelo com o modelo nulo. Seu valor é sempre entre zero e um. É zero se o modelo se ajusta tão mal quanto o modelo nulo e é um se ele se “encaixa” muito bem. A regra geral para o CFI é que deve ser superior a 0,9 ou 0,95, dependendo do autor. Em ambos os casos, um modelo de pelo menos dois fatores é indicado.

TABELA 2

**Resultados da análise fatorial**

	Fator1	Fator2	Fator3
Eletróbrás	<b>0.92439690</b>	0.07012416	0.0860283
CEMIG	0.13353441	<b>0.87643792</b>	-0.1922455
CPFL	0.03438356	<b>0.49672772</b>	0.1970665
CESP	0.04374418	0.25471766	<b>0.3527116</b>
COPEL	0.20347669	<b>0.46575140</b>	0.1612151
Eletropaulo	0.12925792	-0.01735408	<b>0.589511</b>
Transmissão Paulista	-0.10276511	<b>0.42780297</b>	0.2934009
Qui-quadrado		3.71860932	
Graus de liberdade		3.00000000	
P-valor		0.29349623	
RMSEA		0.03199469	
CFI		0.99841236	

Fonte: Dados da pesquisa.

No painel inferior da Tabela 2 os modelos consecutivos são comparados sequencialmente usando-se teste de razão de verossimilhança. Nelas, veem-se que melhorias grandes são feitas por adição de elementos até quando a solução de três fatores é atingida.

Dessa forma, foi escolhido o modelo de três fatores, porque com isso se obtém interpretação mais clara do que com os outros fatores. Além disso, de maneira similar ao adotado por Gilbert & Meijer (2006), no presente estudo foi realizada a rotação quartimin (a normalização Kaiser foi utilizada para identificar uma solução única).

A partir desses resultados conclui-se que o modelo de 3 fatores aqui apresentado usando o método de rotação quartimin com normalização Kaiser é um modelo de ajuste satisfatório para os dados em análise.

Os resultados obtidos para esse conjunto de dados sugerem o seguinte agrupamento:

- Índice 1: Eletrobrás
- Índice 2: CEMIG, CPFL, COPEL e Transmissão Paulista
- Índice 3: CESP e Eletropaulo

Um dos aspectos teóricos relacionados a esse método é a forma como os erros de medição restantes na escores fatoriais devem ser tratados. De acordo com Gilbert & Meijer (2005), os escores fatoriais calculados por *Time Series Factor Analysis* (TSFA) são os melhores possíveis, mas não são perfeitos.

Há duas fontes de erro, a primeira é a estimativa dos parâmetros, especialmente as cargas. Isso ocorre com o erro de estimativa, o que implica que os pesos com que os escores fatoriais são calculados não são iguais aos pesos teoricamente ideais (mas desconhecidos). Esse erro diminui à medida que os dados dos pontos de mais tempo se tornam disponíveis. A segunda fonte de erro é uma impossibilidade intrínseca de se estimar sempre os escores fatoriais verdadeiros, mesmo se as cargas fatoriais verdadeiras sejam conhecidas. Essa fonte de erro é consequência do fato de que as observações marginais não fornecem informações adicionais sobre fatores em outros pontos no tempo.

Quanto ao uso dos escores fatoriais em modelos econométricos, é possível a existência de inconsistência na estimação dos parâmetros. Segundo Gilbert & Meijer (2006), embora os escores fatoriais obtidos em seu estudo parecessem produzir

resultados interessantes, a questão real é se eles resultariam em modelos econômicos que gerassem interpretações de qualidade e fornecessem boas previsões e resultados úteis nas análises políticas e econômicas.

Dessa forma, o próximo passo consistiu em calcular o retorno da carteira para cada um dos índices obtidos com a análise fatorial em séries temporais. Para isso, foi utilizada a Carteira de Mínima Variância (CMV) com o uso do Determinante de Covariância Mínima (DCM) (Rousseeuw, 1985). Os pesos obtidos para os ativos dos índices 2 e 3 são apresentados na Figura 3, pois o índice 1 é composto apenas pela empresa Eletrobrás.

**Pesos do CMV - índice 2:** 0.2440391; 0.2140797; 0.1609319; 0.3809493

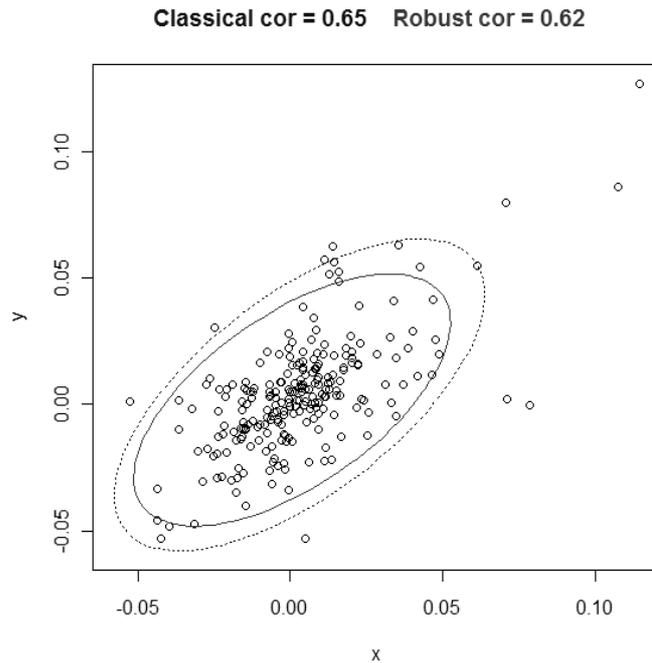
**Pesos do CMV - índice 3:** 0.3312818; 0.6687182

**FIGURA 3** - Participação dos ativos dos índices 2 e 3

Fonte: Dados da pesquisa.

O último passo foi calcular o coeficiente beta para as carteiras geradas com os ativos participantes dos índices. Para retirar a influência dos *outliers*, utilizou-se o Determinante de Covariância Mínima (DCM) (Rousseeuw, 1985).

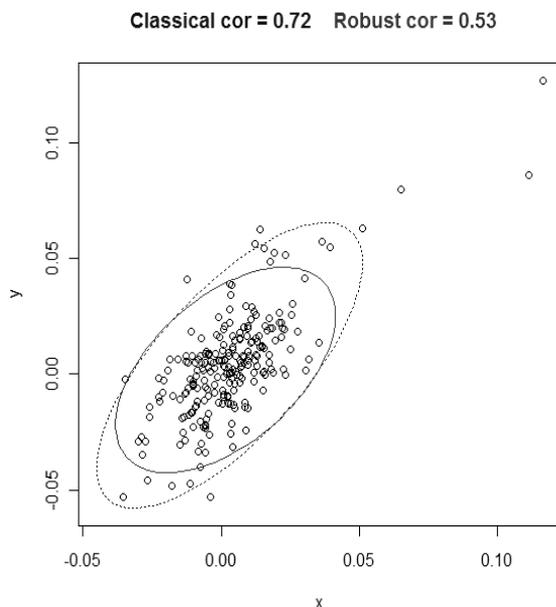
As Figuras 4, 5 e 6 mostram o efeito dos *outliers* sobre a correlação bivariada, por meio do coeficiente de correlação no caso clássico (*Pearson Correlation Coefficient*) e robusto, com correção de efeito dos *outliers*.



**Figura 4.** Correlação com e sem correção de efeito dos *outliers* para retorno da carteira das variáveis do índice 1.

Nota - A área circular de maior tamanho corresponde ao coeficiente clássico e a de menor ao robusto.

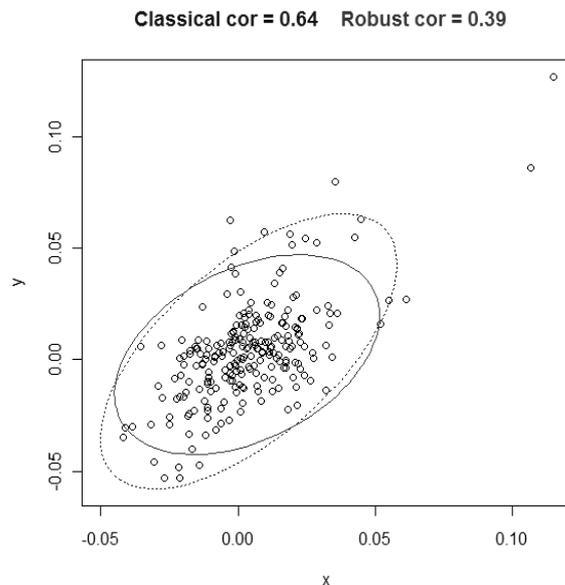
Fonte: Dados da Pesquisa



**Figura 5.** Gráfico de correlação com e sem correção de efeito dos *outliers* para retorno da carteira das variáveis do índice 2.

Nota - A área circular de maior tamanho corresponde ao coeficiente clássico e a de menor ao robusto.

Fonte: Dados da Pesquisa



**Figura 6.** Gráfico de correlação com e sem correção de efeito dos *outliers* para retorno da carteira das variáveis do índice 3.

Nota - A área circular de maior tamanho corresponde ao coeficiente clássico e a de menor ao robusto.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota-se, por meio das Figuras 4, 5 e 6, que o coeficiente de correlação clássico ou padrão tende a ficar mais influenciado pela presença de observações atípicas do que o robusto. O formato da elipse usando o coeficiente de correlação robusto tende a ter eixos menores.

Assim, calculou-se os coeficientes, usando estimadores robustos MM. A Tabela 3 apresenta os coeficientes beta obtidos:

TABELA 3

**Estimação dos coeficientes beta**

Coeficientes	Índice 1			Índice 2			Índice 3		
	Valor	Erro-padrão	Valor t	Valor	Erro-padrão	Valor t	Valor	Erro-padrão	Valor t
(Intercepto)	-0.0004	0.0010	-0.4217	0.0008	0.0007	1.0810	0.0012	0.0010	1.2611
Ibovespa	<b>0.5877</b>	0.0433	13.5702	<b>0.4391</b>	0.0326	13.4857	<b>0.4534</b>	0.0425	10.6817

Fonte: Dados da pesquisa.

Os resultados da Tabela 3 permitem perceber que o risco não sistemático, mensurado pelo parâmetro beta, foi menor para o índice 2, cuja carteira é formada pelas companhias: CEMIG, CPFL, COPEL, Transmissão Paulista; depois, para o índice 3 (carteira composta por Eletropaulo e CESP); e para o índice 1, constituído somente pela Eletrobrás. Assim, para o mesmo grau de retorno exigido para as carteiras, o índice 2 indicou o menor risco (variância), seguido pelo índice 3 e pelo índice 1.

Essa constatação confirma os enunciados da teoria de mínima variância, visto que, à medida que foram incluídos ativos com correlações opostas, dilui-se o risco, por intermédio da diversificação de ativos. Logo, o índice 2, em que estão alocados os ativos com as correlações opostas mais expressivas, revelou o risco mais baixo, para o retorno requerido.

Apesar dessa metodologia diferenciada para alocação dos ativos nas carteiras ter fornecido evidências estatísticas de sua possível efetividade na formação de carteiras de variância mínima, sugerem-se, para utilização dessa técnica, novos estudos propositivos para sua validação no mercado de capitais brasileiro.

Dessa forma, ao que sinaliza, poder-se-ia tornar uma técnica aplicada pelos gestores de fundos de investimentos para otimização de suas carteiras, a fim de auxiliar na maximização do retorno dos investidores e, ao mesmo tempo, na redução de riscos.

Ainda que existam outros instrumentos efetivos, capazes de realizar esse tipo de aglomeração de ativos, com base na teoria de carteiras, tais como algoritmos computacionais sofisticados, presentes em *softwares* avançados ou mesmo mecanismos simples como planilhas, a utilização conjunta da DCM e da TSFA para a aplicação dessa teoria forneceu sinais de, possivelmente, ser outra metodologia que possa ser utilizada pelos gestores. Entretanto, mostra importante comparar seu desempenho com aquele das metodologias consolidadas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi testar uma metodologia alternativa para a aplicação da teoria de Carteiras de Mínima Variância, com o modelo CAPM, utilizando-se ativos de companhias de energia elétrica, na constituição de índices acionários. Para a otimização do agrupamento desses ativos consideraram-se os fatores que preservassem o seu conteúdo informacional, sendo que a variância do grupo de ativos alocados, naqueles fatores foi identificada por intermédio do DCM, conforme as ponderações de cada ativo.

Vale frisar que, até então, não foi identificada sua implantação para essa finalidade, em outras pesquisas analisadas. Aplicaram-se, também, estimadores robustos que evitam possíveis efeitos de observações discrepantes que ocasionam distorções na expectativa do retorno, visto que os estimadores-padrão poderiam enviesar os resultados dos coeficientes da regressão.

Para a formação das carteiras, utilizou-se o modelo de apreçamento de ativos – CAPM, que vem sendo amplamente abordado em estudos acadêmicos e técnicos, na avaliação de ativos financeiros de empresas.

Os testes desse modelo, referentes aos últimos anos, em síntese, têm sugerido desempenho satisfatório, motivo pelo qual o CAPM foi tomado como referência, seguindo a linha dos trabalhos tradicionais. Ainda sim, nas pesquisas

recentes, não foram identificados testes desse modelo, com operacionalização conjunta à análise fatorial.

Os achados forneceram evidências estatísticas de que essa metodologia foi efetiva para testar a teoria de carteiras otimizadas, procurando maximizar a relação risco *versus* retorno em torno dos índices de ações constituídos.

A partir da aglomeração indicada pela análise fatorial de séries temporais e dos pesos gerados pelo determinante de covariância mínima, as carteiras pouco ou nada diversificadas tiveram desempenho, abaixo daquelas que continham um número mais alto de ativos, considerando-se suas correlações e covariâncias, como enuncia a teoria. Pôde-se, dessa maneira, mitigar o risco nas carteiras, sobretudo com ativos de correlações inversas.

Quanto aos índices constituídos, a carteira 2 – companhias CEMIG, CPFL, COPEL, Transmissão Paulista – teve o parâmetro beta ( $\beta=0.4391$ ) mais baixo, ou seja, o mais baixo risco. Para o índice 3, composto por Eletropaulo e CESP, encontrou-se o coeficiente de risco  $\beta=0.4534$ . E, no índice formado somente pela Eletrobrás - carteira que contemplou a menor diversificação, sendo a mais arriscada para o investidor -, o risco foi  $\beta=0.5877$ .

Conclui-se que, a partir dos agrupamentos formados utilizando-se o CAPM convencional e a análise fatorial diferenciada, à medida que a diversificação na alocação de ativos foi mais intensa, conseguiu-se reduzir o risco fornecido pelo coeficiente beta da carteira, o que proporciona sugestão para os investidores constituírem suas carteiras ótimas.

No entanto, é preciso enfatizar que esse modelo, para ser eficaz, tem como um de seus pressupostos que o mercado deve estar em condições de equilíbrio. Logo, sua eficácia tende a ser reduzida na presença de desequilíbrios, a partir do que não se poderia defender sua utilização e efetividade, tanto quanto dessa metodologia alternativa que foi testada.

Assim, acredita-se que o avanço deste trabalho para o meio acadêmico deu-se no sentido de se indicar uma metodologia alternativa para a constituição de carteiras eficientes – otimização na relação risco *versus* retorno em ativos agrupados por meio dessa análise fatorial – conferindo efetividade à Teoria de Carteiras e à do modelo CAPM, no Brasil.

Para o mercado, a contribuição foi sugerir aos analistas do mercado financeiro e de capitais que, provavelmente, essa metodologia pode ser implementada para a alocação de ativos, buscando-se a geração de carteiras ótimas. Entretanto, vale ressaltar que tal metodologia carece de ter seu desempenho comparado ao dos métodos tradicionais para avaliar sua acurácia. Por outro lado, pode ser aprimorada testando-se os modelos de precificação que incorporem outras variáveis, que ajudem a melhorar seu desempenho.

Pode-se relatar como limitações deste trabalho, a realização de testes com baixo número de companhias, bem como a análise de apenas um setor econômico. Sugere-se estender esse estudo, investigando-se índices mais diversificados em termos de ativos e setores, além de abordar modelos de apreçamentos multifatores.

## REFERÊNCIAS

Amaral, H. F., Vilaça, C. S. I., Barbosa, C. F. M., & Fully Bressan, V. G. (2004). Fundos de pensão como formadores de poupança interna: uma alternativa para o financiamento da atividade econômica. *Revista de Administração Contemporânea*, 8(2).

Araújo, E. A. T., & Castro Silva, W. A. (2010). Principais estudos, aplicações e achados do CAPM: um estudo da produção científica de 1997 a 2008.. *Anais EBFIN*, 10.

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2007). *Essentials of investments*. 6. ed. Boston: McGraw-Hill.

Borges, L. C. (2008). *Análise bayesiana do modelo fatorial dinâmico para um vetor de séries temporais usando distribuições elípticas*. Tese (Doutorado em Estatística). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo. São Paulo.

Bruni, A. L. (1998). *Risco, retorno e equilíbrio: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996)*. Dissertação (Mestrado em Administração). Faculdade de Economia,

Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo. São Paulo.

Carvalho, F. J. C., Souza, F. E. P., Sicsú, J., Paula, L. F. R., & Studart, R. (2007). *Economia monetária e financeira: teoria e política*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier.

Casotti, F. P., & Motta, L. F. J. (2008). Oferta pública inicial no Brasil (2004-2006): uma abordagem da avaliação através de múltiplos e do custo de capital próprio. *Revista Brasileira de Finanças*, 6(2), 157-204.

Castro Jr, F. H. F., & Yoshinaga, C. E. (2008). Influência de comomentos em modelos de precificação: um estudo empírico com dados em painel. *Anais ENANPAD*, Rio de Janeiro, Brasil, 32.

Castro Silva, W. A., Pinto, E. A., & Melo, A. O. (2012). O CAPM e o CAPM condicional na precificação de índices acionários: evidências de mudanças nos coeficientes estimados de 2005 à 2008. *Revista de Administração da Mackenzie*, 13(2).

Castro Silva, W. A., Pinto, E. A., & Melo, A. O. (2009). Capital Asset Pricing Model (CAPM) e variantes em apreçamento de índices acionários da bolsa de valores de São Paulo. *Anais ENEGEP*, Salvador (BA), Brasil, 30.

Collis, J., & Hussey, R. (2005). *Pesquisa em administração: um guia prático para alunos de graduação e pós-graduação*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman.

Cooper, D. R., & Schindler, P. S. (2003). *Métodos de pesquisa em administração*. 7. ed. Porto Alegre: Bookman.

Costa Jr., N. C. A., Menezes, E. A., & Lemgruber, E. F. (1993). Estimação do beta de ações através do método dos coeficientes agregados. *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, 47(4), 605-621.

Elton, E., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2010). *Modern portfolio theory and investment analysis*. 8<sup>th</sup> ed. Hoboken: J. Wiley & Sons.

Estrada, J. (2000). The cost of equity in emerging markets: a downside risk approach. *Emerging Marketing Quarterly*, New York, 3(1), 19-30.

Flister, F. V., Bressan, A. A., & Amaral, H. F. (2011). CAPM condicional no mercado brasileiro: um estudo dos efeitos momento, tamanho e book-to-market entre 1995 e 2008. *Revista Brasileira de Finanças*, 9(1), 105-129.

Gilbert, P. D.; Meijer, E. E. (2005). *Time Series Factor Analysis with an Application to Measuring Money*. Research Report 05F10, University of Groningen, SOM Research School. Recuperado de: <http://som.eldoc.ub.rug.nl/reports/themeF/2005/05F10/>.

Gilbert, P. D.; Meijer, E. E (2006) *Money and Credit Factors*. Bank of Canada Working Paper 2006-3. Recuperado de: <http://www.bankofcanada.ca/2006/03/publications/research/working-paper-2006-3/>.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, J. B., Anderson, R. E., & Tatham, R. L. (2009). *Análise multivariada de dados*. 6. ed. Porto Alegre: Bookman.

Haugen, R. A. (2001). *Modern investment theory*. 5th.ed. New Jersey: Prentice Hall.

Lewenllen, J., & Negel, S. (2003). *The conditional CAPM does not explain asset-pricing anomalies*. (Working Paper, 9974). Recuperado de: <http://www.nber.org/paper/w9974>.

Marazzi, A. (1993). *Algorithms, routines and S functions for robust statistics*. Pacific Grove, CA: Wadsworth and Brooks/Cole.

Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, New York, 7(1), 77-91.

- Markowitz, H. M. (1959). Portfolio selection: efficient diversification of investment. *Journal of Finance*, New York: Wiley.
- Mazer, L. P., & Nakao, S. H. (2008). O impacto do nível de transparência no custo do capital próprio das empresas do Ibovespa. *Anais ENANPAD*, Rio de Janeiro, Brasil, 32.
- Merton, R. C. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, 41(5), 867-887.
- Piloto, L. A. M., Senra, L. F. A. C., & Moreno, R. (2008). Adaptação do WACC ao juros sobre capital próprio. *Anais ENANPAD*, Rio de Janeiro, Brasil, 32.
- Raboni, P. L., Silva Neto, O. S., Maranhão, V. L. A., Araújo Filho, L. F. C. (2008). Testando um “mito de investimento”: eficácia da estratégia de investimento em ações de crescimento. In: ENANPAD, 32., 2008, Rio de Janeiro (RJ). *Anais...* Rio de Janeiro: ANPAD.
- Ribenboim, G (2004). Teste de modelo CAPM com dados brasileiros. In: Bonomo, M.A. (Org.), *Finanças Aplicadas ao Brasil*. 2 ed. Rio de Janeiro: FGV.
- Rogers, P., & Securato, J. R. (2008). Estudo comparativo no mercado brasileiro do *Reward Beta Approach*, *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) e Modelo 3-Fatores de Fama e French. *Anais ENANPAD*, Rio de Janeiro, Brasil, 32.
- Rousseeuw, P. J. (1985). Least median of squares regression. *Journal of the American Statistical Association*, 79.
- Salmasi, S. V. (2008). Governança corporativa e custo de capital próprio no Brasil. *Anais ENANPAD*, Rio de Janeiro, Brasil, 32.

Securato, J. R. (1996). *Decisões financeiras em condições de risco*. São Paulo: Atlas.

Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, Eldridge, 9(2), 277-293.

Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19, 425-42.

Sharpe, W. F. (2000). *Portfolio theory and capital markets*. Nova York: McGraw-Hill.

Sharpe, W. F., Alexander, G. J., & Bailey, J. V. (1995). *Investments*. 5. ed. New Jersey: Prentice Hall.

Tobin, J. (1958) Liquidity preference as a behavior toward risk. *Review of Economic Studies*, 65-86.

Tomazoni, T., Menezes, E. A. (2002). Estimativa do custo de capital de empresas brasileiras de capital fechado (sem comparáveis de capital aberto). *Revista de Administração da USP*, 37(4), 38-48.

Treynor, J. L. (1961). *Toward a theory of market value of risky assets*. No press.

Yohai, V., Stahel, W. A., & Zamar, R. H. A. (1991). Procedure for robust estimation and inference in linear regression. In: Stahel, W. A., Weisberg, S. W. *Directions in Robust Statistics and Diagnostics*, Part II, New York: Springer-Verlag.

Wansbeek, T., Meijer, E. (2000). *Measurement error and latent variables in econometrics*. North-Holland, Amsterdam.